



METRO

MEtalurgiczny TRening *On-line*



# Transformacja: płytka - włókno w zorientowanej eutektyce Al-Si

Waldemar Wołczyński

IMIM PAN



Edukacja i Kultura



# Kryterium wzrostu płytek lub włókien

## Teoria Jacksona-Hunta



relacja: przechłodzenie – prędkość wzrostu

wzrost płytek

$$\frac{(\Delta T)^2}{v} = 4m^2 a^L Q^L$$

wzrost włókien

$$\frac{(\Delta T)^2}{v} = 4m^2 a^R Q^R$$

**kryterium J-H**

kryterium wzrostu płytek lub włókien jest zaproponowane w teorii Jacksona – Hunta (J-H)

$$\frac{\left( \frac{a_\alpha^L}{m_\alpha} + \frac{a_\beta^L}{\xi m_\beta} \right)}{\left( \frac{a_\alpha^R}{m_\alpha} + \frac{a_\beta^R}{\xi m_\beta} \right)} > \frac{4E}{P^*} \frac{1}{(1+\xi)^{1.5}}$$

kiedy energie swobodne dla frontu krystalizacji są izotropowe wtedy lewa strona kryterium jest równa jedności

K.A. Jackson, J.D. Hunt, Trans. AIME, **236**, 1129-1142, (1966)



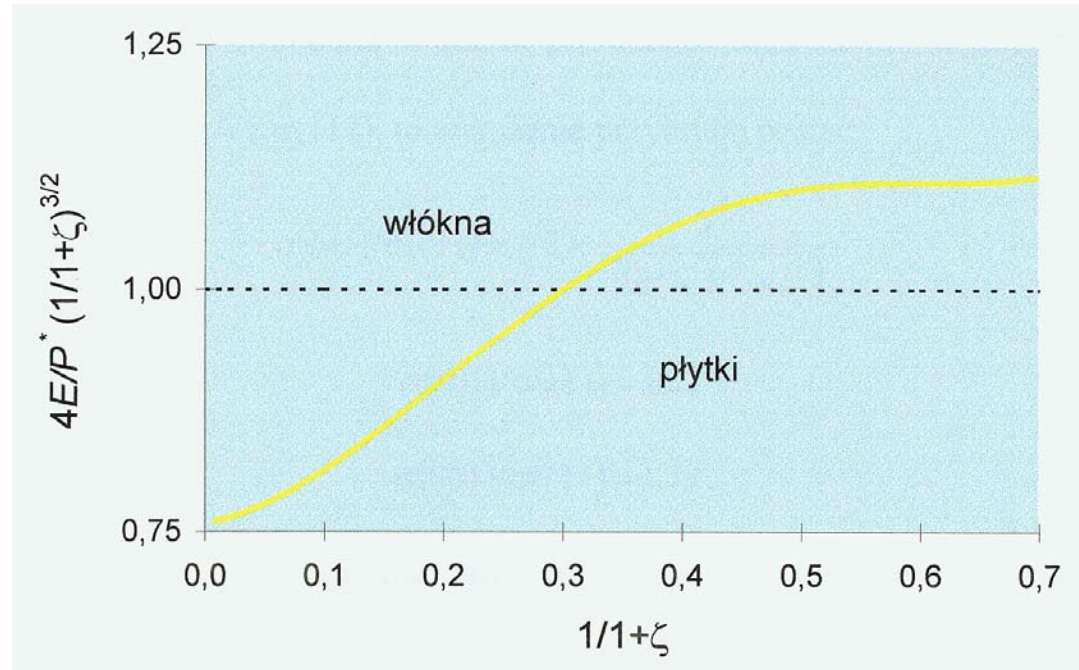
# Kryterium wzrostu płytki lub włókna



nierówność J-H (kryterium)  
zменяя znak  
przy  $f(\zeta) = 0.32$  **RYS. 1**

$f(\zeta) = 0.114$  dla  
diagramu fazowego Al-Si  
stąd, oczekiwana jest  
struktura włóknista

$$\frac{\left( \frac{a_{\alpha}^L}{m_{\alpha}} + \frac{a_{\beta}^L}{\xi m_{\beta}} \right)}{\left( \frac{a_{\alpha}^R}{m_{\alpha}} + \frac{a_{\beta}^R}{\xi m_{\beta}} \right)} > \frac{4E}{P^*} \frac{1}{(1+\xi)^{1.5}}$$



**kryterium J-H**

**RYS. 1**

prawa strona kryterium J-H  
w zależności od  $f(\zeta)$

K.A. Jackson, J.D. Hunt, Trans. AIME, **236**, 1129-1142, (1966)

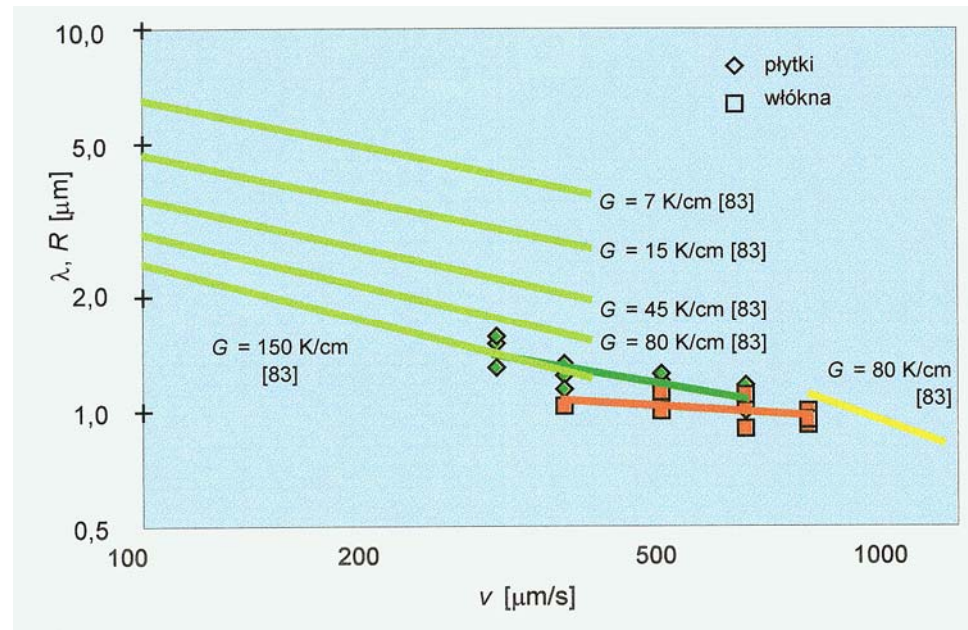


# Pomiary odległości międzypłytkowej lub międzywłóknowej



ponieważ pewne stałe typowe dla danego diagramu fazowego występują po prawej stronie kryterium J-H, stąd kryterium to nie jest właściwe dla opisu transformacji płytka / włókno jaka zachodzi przy krytycznej prędkości wzrostu

oczekuje się że płytki są formą stabilną poniżej krytycznej prędkości wzrostu, zatem włókna są formą stabilną powyżej tej prędkości



RYS. 2

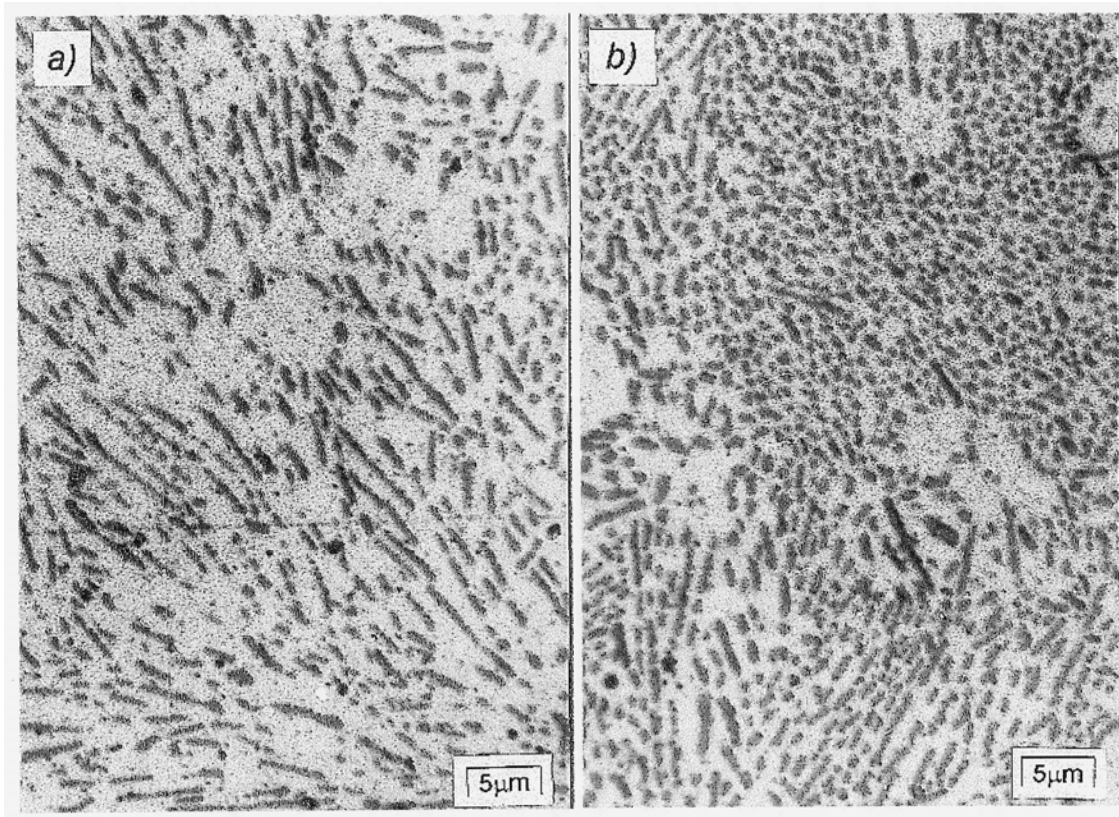
odległość między-płytkowa,  $\lambda$  lub między-włóknowa,  $R$ , w funkcji prędkości wzrostu,  $v$ , **wynik pomiaru**

[83] = B. Toloui, A. Hellawell, Acta Met. **24**, 565, (1976)



# Transformacja płytka $\rightarrow$ włókno

## Wzrost zorientowany – System *Bridgmana*



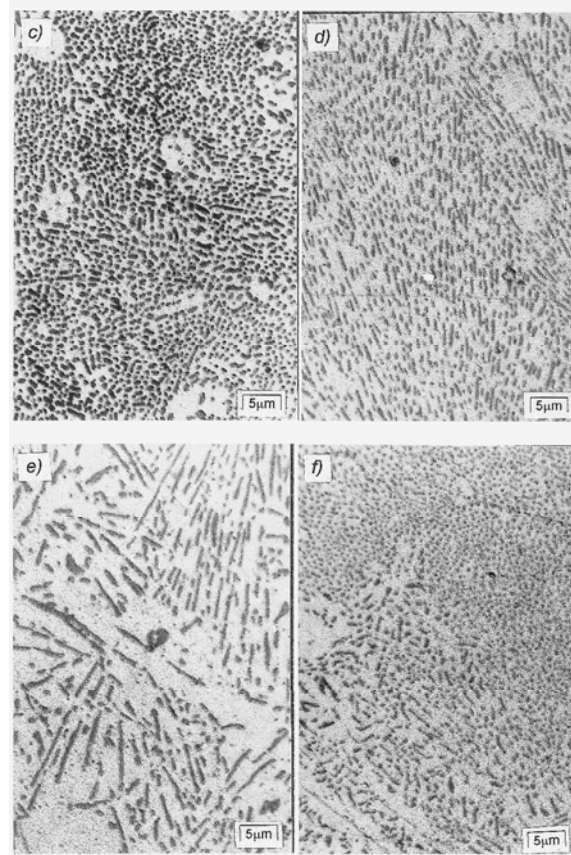
RYS. 3

a/  $v = 370 \mu\text{m/s}$ ,  $G = 100 \text{ K/cm}$     b/  $v = 500 \mu\text{m/s}$ ,  $G = 40 \text{ K/cm}$



# Transformacja płytka → włókno

## Wzrost zorientowany – System *Bridgmana*



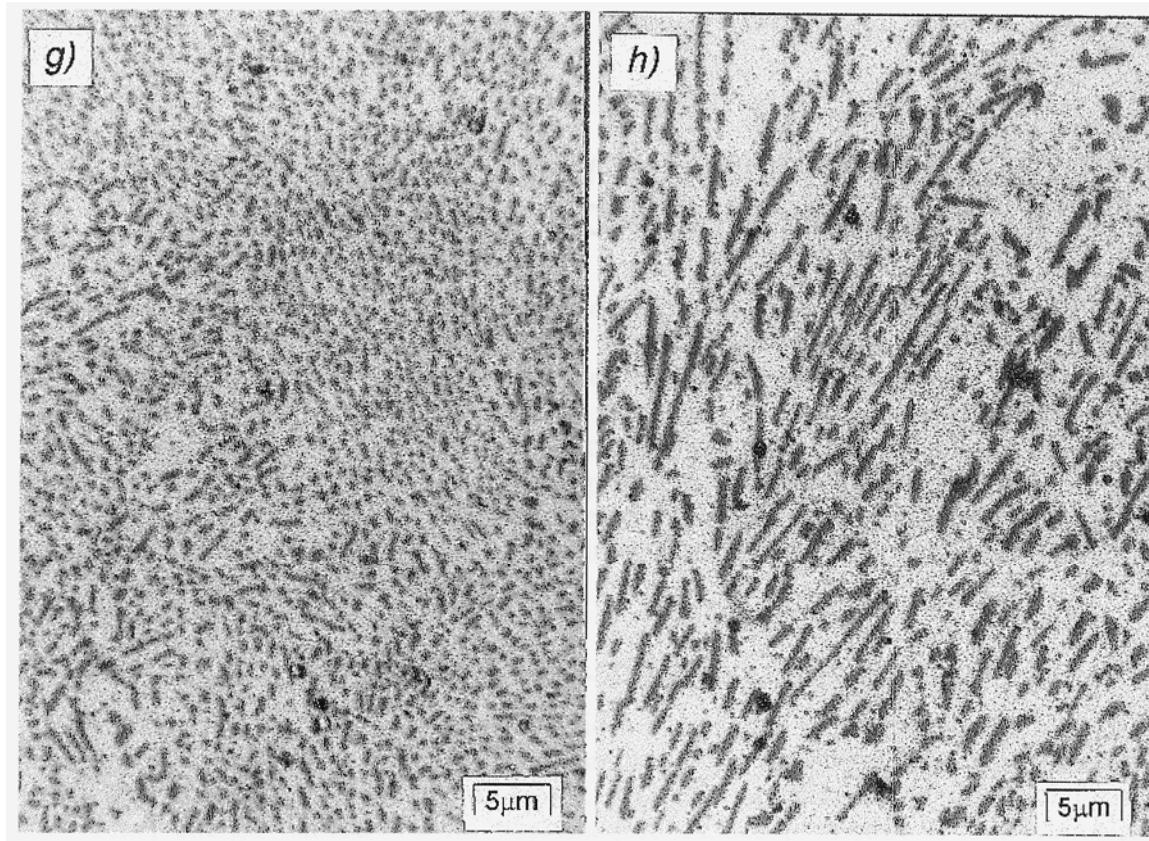
RYS. 4

c/  $v = 790 \mu\text{m/s}$ ,  $G = 40 \text{ K/cm}$     d/  $v = 790 \mu\text{m/s}$ ,  $G = 250 \text{ K/cm}$   
e/  $v = 370 \mu\text{m/s}$ ,  $G = 250 \text{ K/cm}$     f/  $v = 500 \mu\text{m/s}$ ,  $G = 250 \text{ K/cm}$



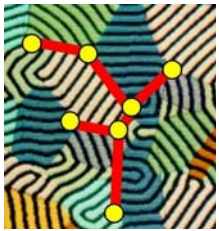
# Transformacja płytkka → włókno

## Wzrost zorientowany – System *Bridgmana*



RYS. 5

$g/ v = 790 \mu\text{m/s}$ ,  $G = 250 \text{ K/cm}$      $h/ v = 370 \mu\text{m/s}$ ,  $G = 100 \text{ K/cm}$



# Transformacja płytka → włókno

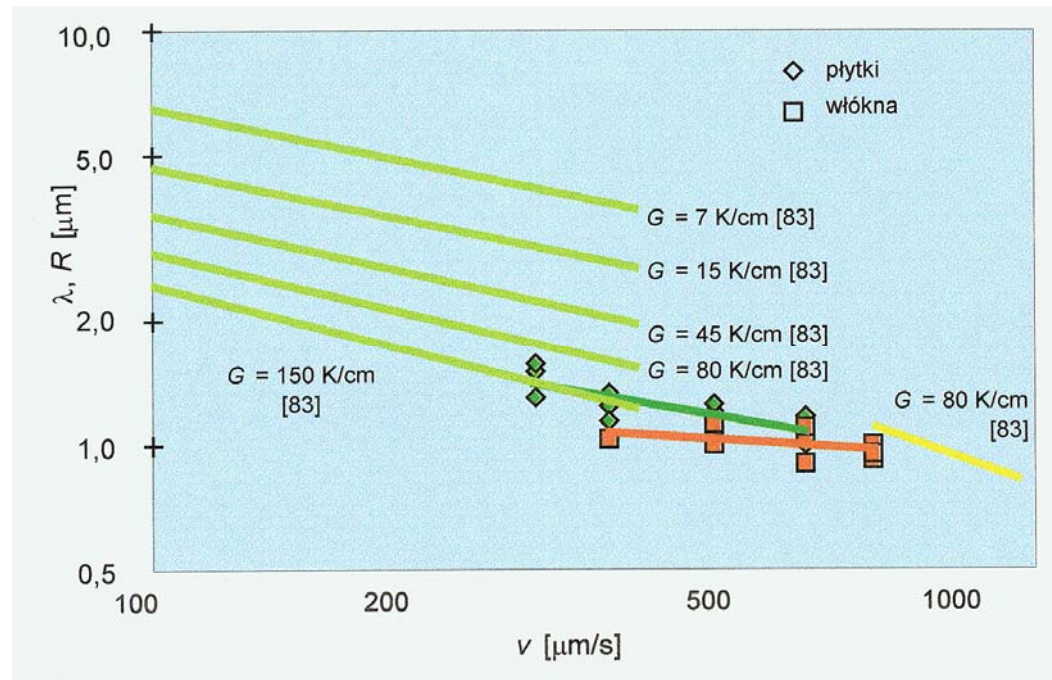
## Wzrost zorientowany – System *Bridgmana*



**brak prędkości progowej dla transformacji: płytka → włókno !**  
udział włókien wzrasta wraz z prędkością wzrostu  
w zakresie od: 400  $\mu\text{m/s}$  do 700  $\mu\text{m/s}$   
**płytki i włókna współistnieją w tym zakresie prędkości !**

zakres operacyjny  
dla transformacji  
płytki → włókno

RYS. 6







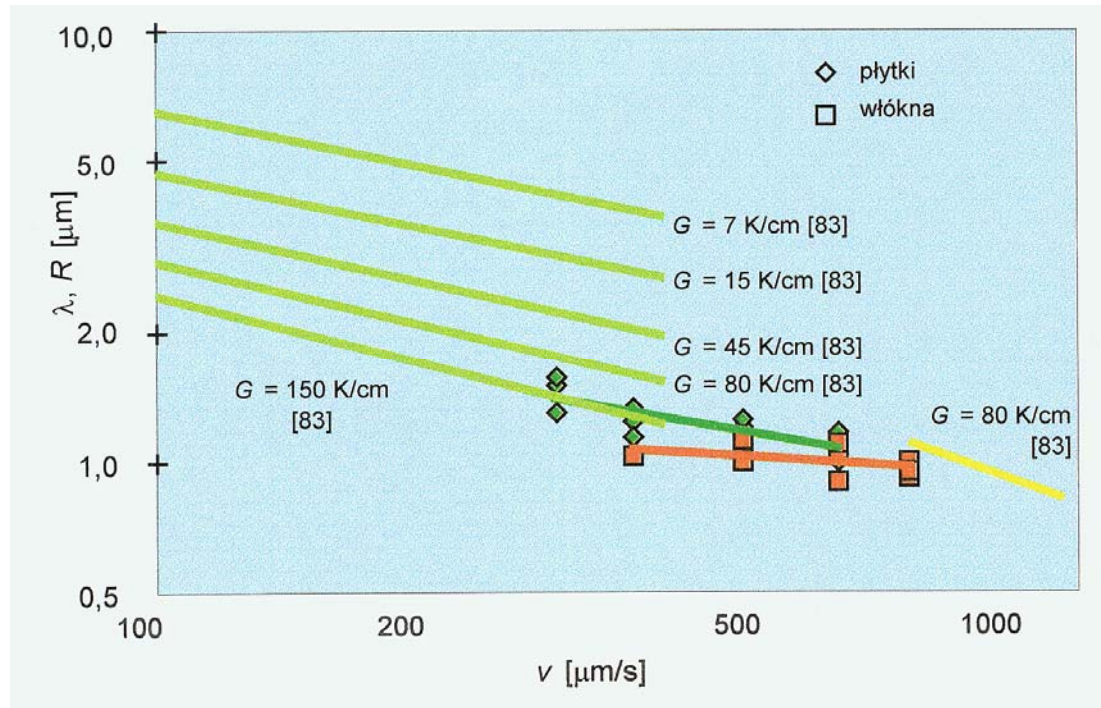
# Transformacja płytki → włókno

## Wzrost zorientowany – System *Bridgmana*

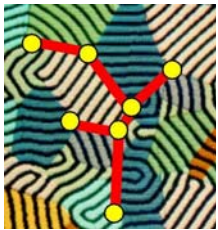


wymagany jest nie tylko opis transformacji  
płytki → włókno  
wymagane jest także wyjaśnienie współistnienia  
płytek i włókien w zakresie prędkości

*zakres operacyjny*  
dla transformacji  
płytki → włókno



RYS. 7



# Termodynamika frontu krystalizacji



struktura płytkowa

$$\Delta T_{\alpha}^L = m_{\alpha} \left( B_0 + \frac{2v}{D} N_0 \frac{(S_{\alpha} + S_{\beta})^2}{S_{\alpha}} P^* \right) + \frac{T_E}{L_{\alpha}} \sigma_{\alpha}^L \frac{1}{S_{\alpha}} \sin \theta_{\alpha}^L$$

$$\Delta T_{\beta}^L = m_{\beta} \left( -B_0 + \frac{2v}{D} N_0 \frac{(S_{\alpha} + S_{\beta})^2}{S_{\beta}} P^* \right) + \frac{T_E}{L_{\beta}} \sigma_{\beta}^L \frac{1}{S_{\beta}} \sin \theta_{\beta}^L$$

przechłodzenie średnie (teoria J-H)

struktura włóknista

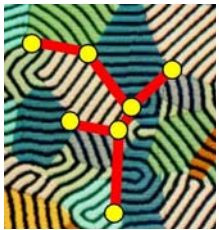
$$\Delta T_{\alpha}^R = m_{\alpha} \left( A_0 + \frac{4v}{D} N_0 (r_{\alpha} + r_{\beta}) E \right) + \frac{T_E}{L_{\alpha}} \sigma_{\alpha}^R \frac{2}{r_{\alpha}} \sin \theta_{\alpha}^R$$

$$\Delta T_{\beta}^R = m_{\beta} \left( -A_0 + \frac{4v}{D} N_0 (r_{\alpha} + r_{\beta}) \frac{r_{\alpha}^2}{(r_{\alpha} + r_{\beta})^2 - r_{\alpha}^2} E \right) + \frac{T_E}{L_{\beta}} \sigma_{\beta}^R \frac{2r_{\alpha}}{(r_{\alpha} + r_{\beta})^2 - r_{\alpha}^2} \sin \theta_{\beta}^R$$

K.A. Jackson, J.D. Hunt, Trans. AIME, **236**, 1129-1142, (1966)

**przechłodzenie średnie może być przeliczone na energię swobodną:**

$$\Delta T \rightarrow \Delta G^*$$

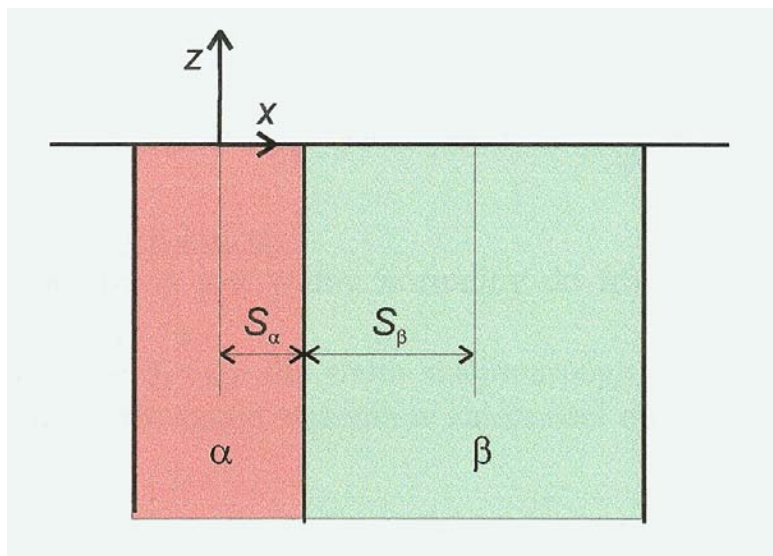


# Geometria struktury



przechłodzenie średnie (teoria J-H)

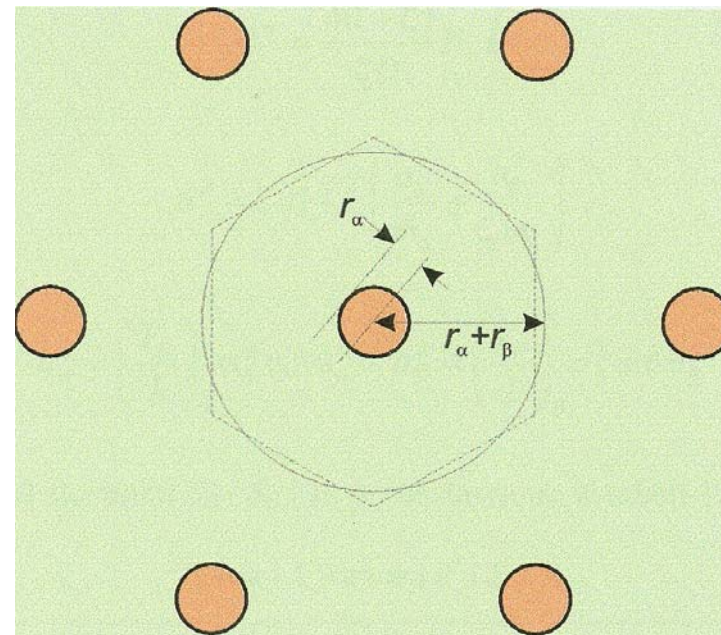
struktura płytkowa



RYS. 8

RYS. 9

struktura włóknista



K.A. Jackson, J.D. Hunt, Trans. AIME, **236**, 1129-1142, (1966)

przechłodzenie średnie może być przeliczone na energię swobodną:

$$\Delta T \rightarrow \Delta G^*$$



# Termodynamika frontu krystalizacji oraz granicy międzyfazowej $\alpha / \beta$



przechłodzenie średnie przeliczone na średnią energię swobodną:  
 $\Delta T \rightarrow \Delta G^*$

struktura płytkowa

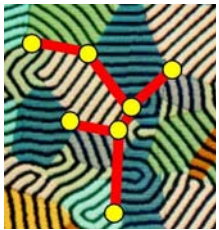
$$\Delta G_L^* = \left\{ m \frac{(L_\alpha \zeta + L_\beta)}{T_E} \frac{v}{D} \lambda \frac{P^*(1+\zeta)N_0}{\zeta} + m \frac{2(1+\zeta)}{\lambda} \left( \frac{\sigma_\alpha^L \sin \theta_\alpha^L}{m_\alpha} + \frac{\sigma_\beta^L \sin \theta_\beta^L}{\zeta m_\beta} \right) \right\} + \frac{2\sigma_{\alpha-\beta}^L}{\lambda}$$

struktura włóknista

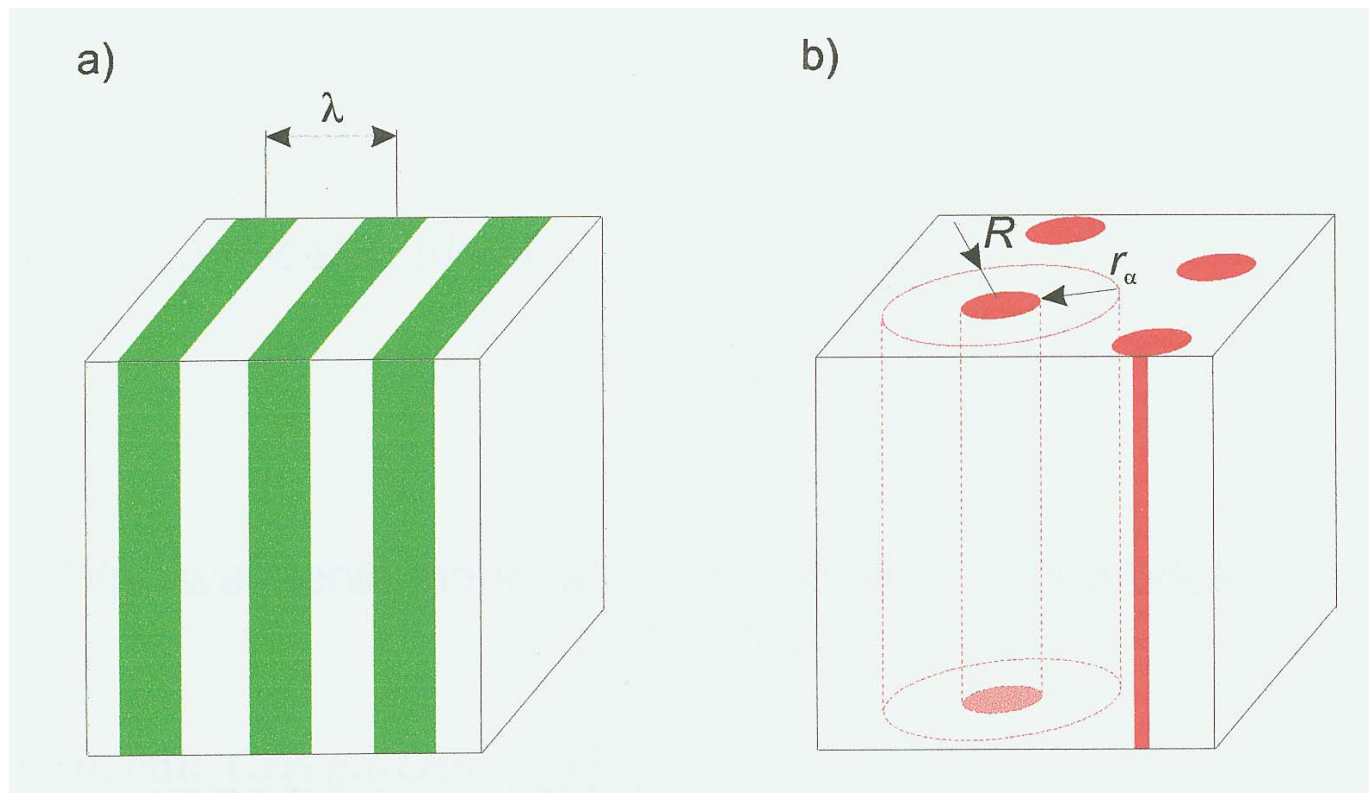
$$\Delta G_R^* = \left\{ m \frac{(L_\alpha \zeta + L_\beta)}{T_E} \frac{4v}{D} R \frac{EN_0}{\zeta} + m \frac{2\sqrt{1+\zeta}}{R} \left( \frac{\sigma_\alpha^R \sin \theta_\alpha^R}{m_\alpha} + \frac{\sigma_\beta^R \sin \theta_\beta^R}{\zeta m_\beta} \right) \right\} + \frac{2\sigma_{\alpha-\beta}^R}{R\sqrt{1+\zeta}}$$

gdzie

$$\frac{1}{m} = \frac{1}{m_\alpha} + \frac{1}{m_\beta}$$



# Geometria granicy międzyfazowej $\alpha/\beta$



$$\zeta = \frac{S_\beta}{S_\alpha}$$

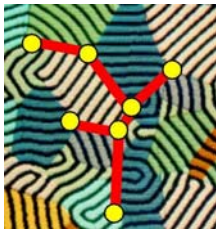
$$\lambda = 2(S_\alpha + S_\beta)$$

$$r_\alpha = \frac{R}{\sqrt{1 + \zeta}}$$

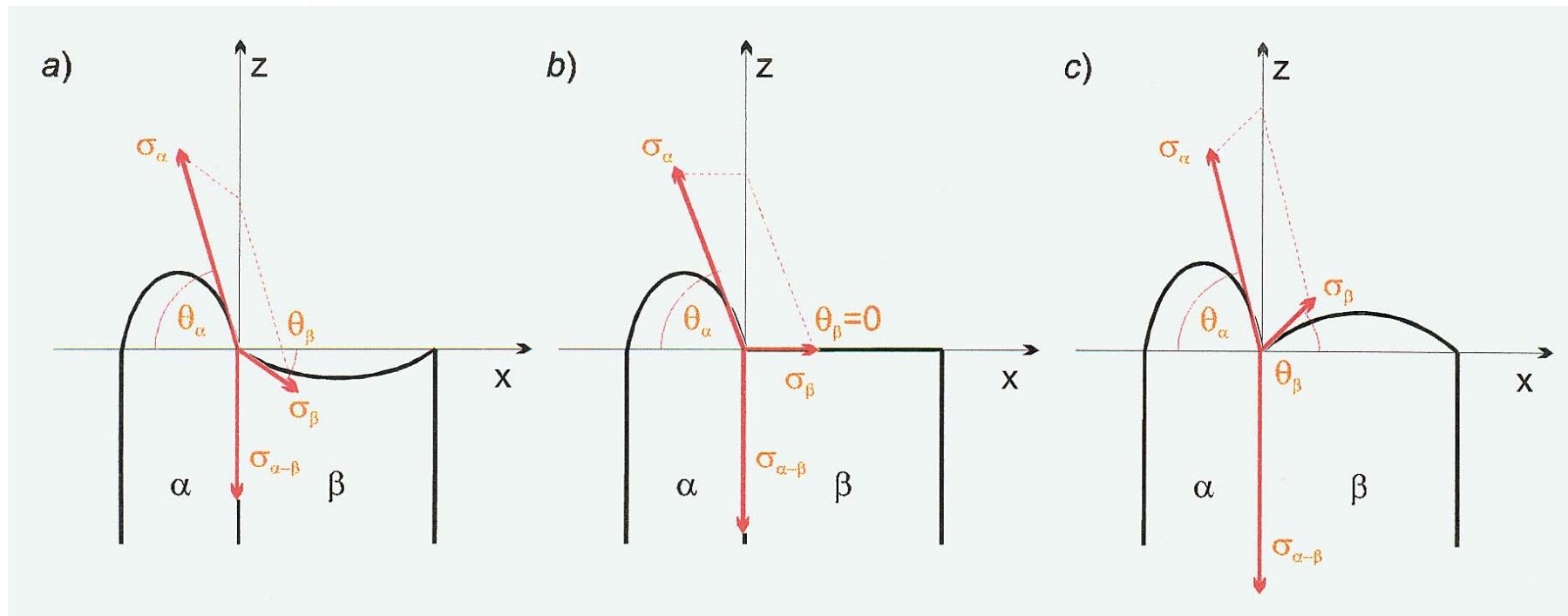
$$R = r_\alpha + r_\beta$$

RYS. 10

a/ struktura płytkowa  
b/ struktura włóknista



# Równowaga mechaniczna w punkcie potrójnym



RYS. 11

a/ front wypukło / wklęsły  
 b/ front wypukło / płaski  
 c/ front wypukło / wypukły

$$\sigma_{\alpha}^L \sin \theta_{\alpha}^L + \sigma_{\beta}^L \sin \theta_{\beta}^L - \sigma_{\alpha-\beta}^L = 0$$

$$\sigma_{\alpha}^R \sin \theta_{\alpha}^R + \sigma_{\beta}^R \sin \theta_{\beta}^R - \sigma_{\alpha-\beta}^R = 0$$



# Termodynamika frontu krystalizacji oraz granicy międzyfazowej $\alpha / \beta$



*definicje końcowe*

struktura płytkowa

$$Q_{C-W}^L = m \frac{L_\alpha \zeta + L_\beta}{T_E} \frac{P^* (1 + \zeta) N_0}{\zeta \mathcal{D}}$$

$$\Delta G_L^* = v \lambda Q_{C-W}^L + \frac{a_{C-W}^L}{\lambda}$$

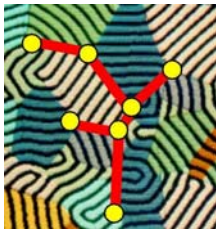
$$a_{C-W}^L = 2 \left[ m(1 + \zeta) \left( \frac{\sigma_\alpha^L \sin \theta_\alpha^L}{m_\alpha} + \frac{\sigma_\beta^L \sin \theta_\beta^L}{\zeta m_\beta} \right) + \sigma_{\alpha-\beta}^L \right]$$

struktura włóknista

$$Q_{C-W}^R = m \frac{L_\alpha \zeta + L_\beta}{T_E} \frac{4EN_0}{\zeta \mathcal{D}}$$

$$\Delta G_R^* = v R Q_{C-W}^R + \frac{a_{C-W}^R}{R}$$

$$a_{C-W}^R = 2 \left[ m \sqrt{1 + \zeta} \left( \frac{\sigma_\alpha^R \sin \theta_\alpha^R}{m_\alpha} + \frac{\sigma_\beta^R \sin \theta_\beta^R}{\zeta m_\beta} \right) + \frac{\sigma_{\alpha-\beta}^R}{\sqrt{1 + \zeta}} \right]$$



# Zastosowanie diagramu fazowego



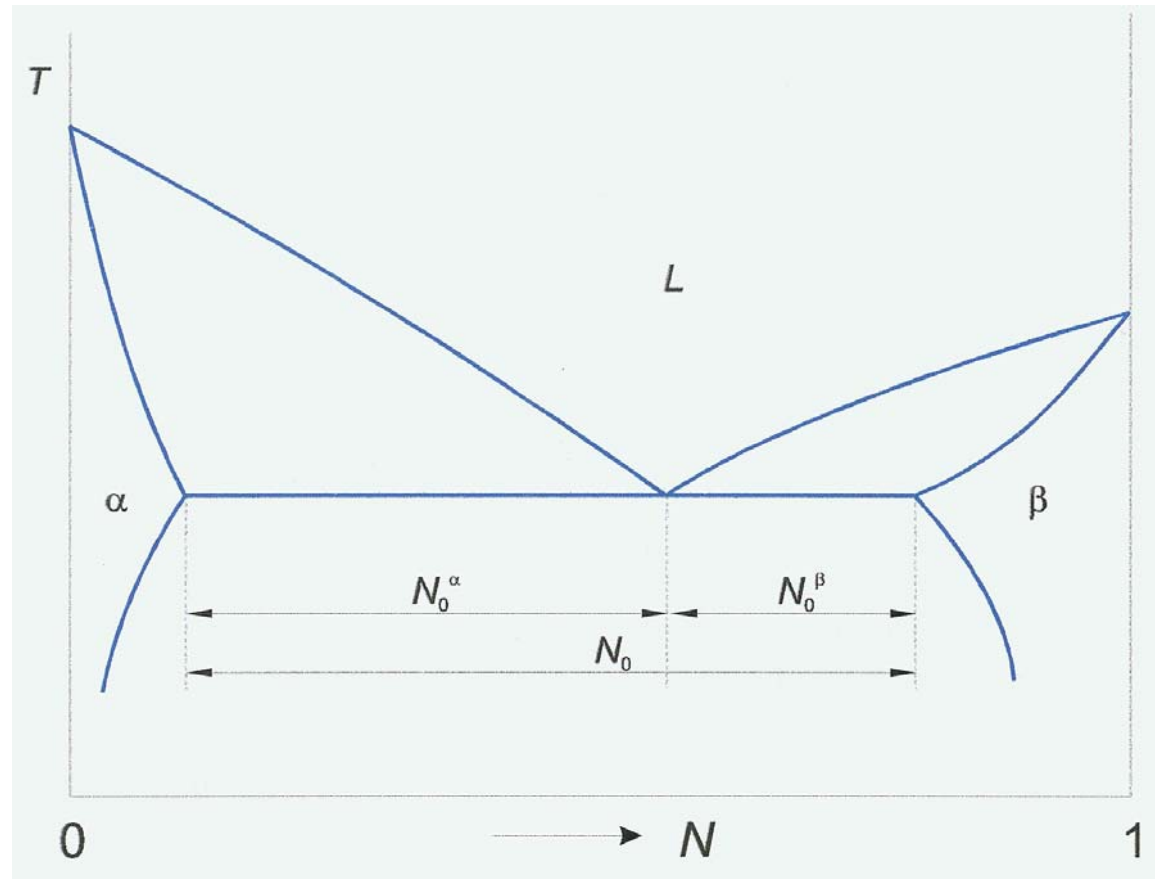
*definicje końcowe*

struktura płytkowa

$$Q_{C-W}^L = m \frac{L_\alpha \zeta + L_\beta}{T_E} \frac{P^* (1 + \zeta) N_0}{\zeta \mathcal{D}}$$

struktura włóknista

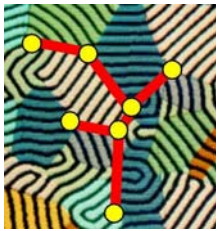
$$Q_{C-W}^R = m \frac{L_\alpha \zeta + L_\beta}{T_E} \frac{4EN_0}{\zeta \mathcal{D}}$$



RYS. 12

przykładowy diagram fazowy





# Nowe kryterium dla formowania płytek lub włókien



$$\frac{m \left( \frac{\sigma_{\alpha}^L \sin \theta_{\alpha}^L}{m_{\alpha}} + \frac{\sigma_{\beta}^L \sin \theta_{\beta}^L}{\zeta m_{\beta}} \right) + \frac{\sigma_{\alpha-\beta}^L}{1 + \zeta}}{m \left( \frac{\sigma_{\beta}^R \sin \theta_{\beta}^R}{m_{\alpha}} + \frac{\sigma_{\beta}^R \sin \theta_{\beta}^R}{\zeta m_{\beta}} \right) + \frac{\sigma_{\alpha-\beta}^R}{1 + \zeta}} > 4 \frac{E}{P^*} \left( \frac{1}{1 + \zeta} \right)^{1.5}$$

gdy napięcia powierzchniowe dla frontu oraz energie granicy międzyfazowej  $\alpha / \beta$  są izotropowe wtedy lewa strona kryterium jest równa jeden

nierówność C-W (kryterium) zmienia się przy  $f(\zeta) = 0.32$

$f(\zeta) = 0.114$  dla diagramu fazowego Al-Si  
stad, oczekiwana jest struktura włóknista

ponieważ pewne stałe typowe dla danego diagramu fazowego są wprowadzone do prawej strony kryterium C-W

to kryterium C-W nie jest właściwe by opisać transformację płytka / włókno zachodzącą w zakresie operacyjnym

**RYS. 7**

R.Cupryś, Praca Doktorska, Akademia Górniczo Hutnicza, Wydział Odlewnictwa, Kraków 2000



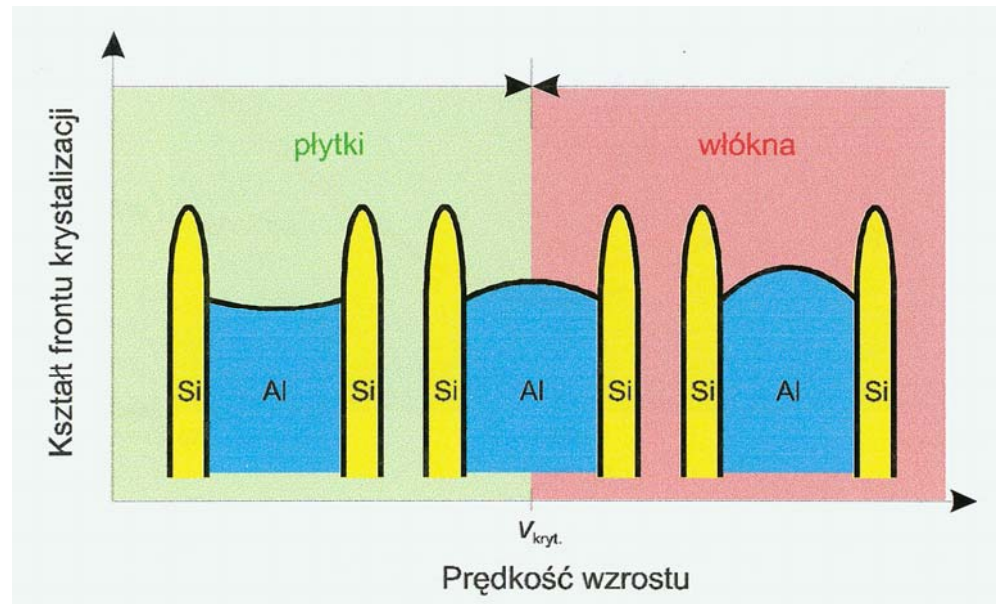
# Nowe kryterium dla formowania płytek lub włókien Prędkość wzrostu



ponieważ  $f(\zeta) = 0.114$  dla diagramu fazowego Al-Si  
oraz początek transformacji pojawia się przy  $v = 400 \mu\text{m/s}$   
lewa strona nowego kryterium powinna być równa 0.81  
byłoby to spełnione jeśli odpowiednie zmiany napięć powierzchniowych stałyby się możliwe  
stąd, zostanie wprowadzony model kształtu frontu krystalizacji reagującego na zmiany  
**prędkości krystalizacji**  
sugerowane zachowanie się napięć powierzchniowych zostało już pokazane, RYS. 11

RYS. 13

zmieniająca się krzywizna  
frontu krystalizacji  
skutkująca zmianami  
napięć powierzchniowych  
przy zachowaniu  
równowagi mechanicznej  
w punkcie potrójnym



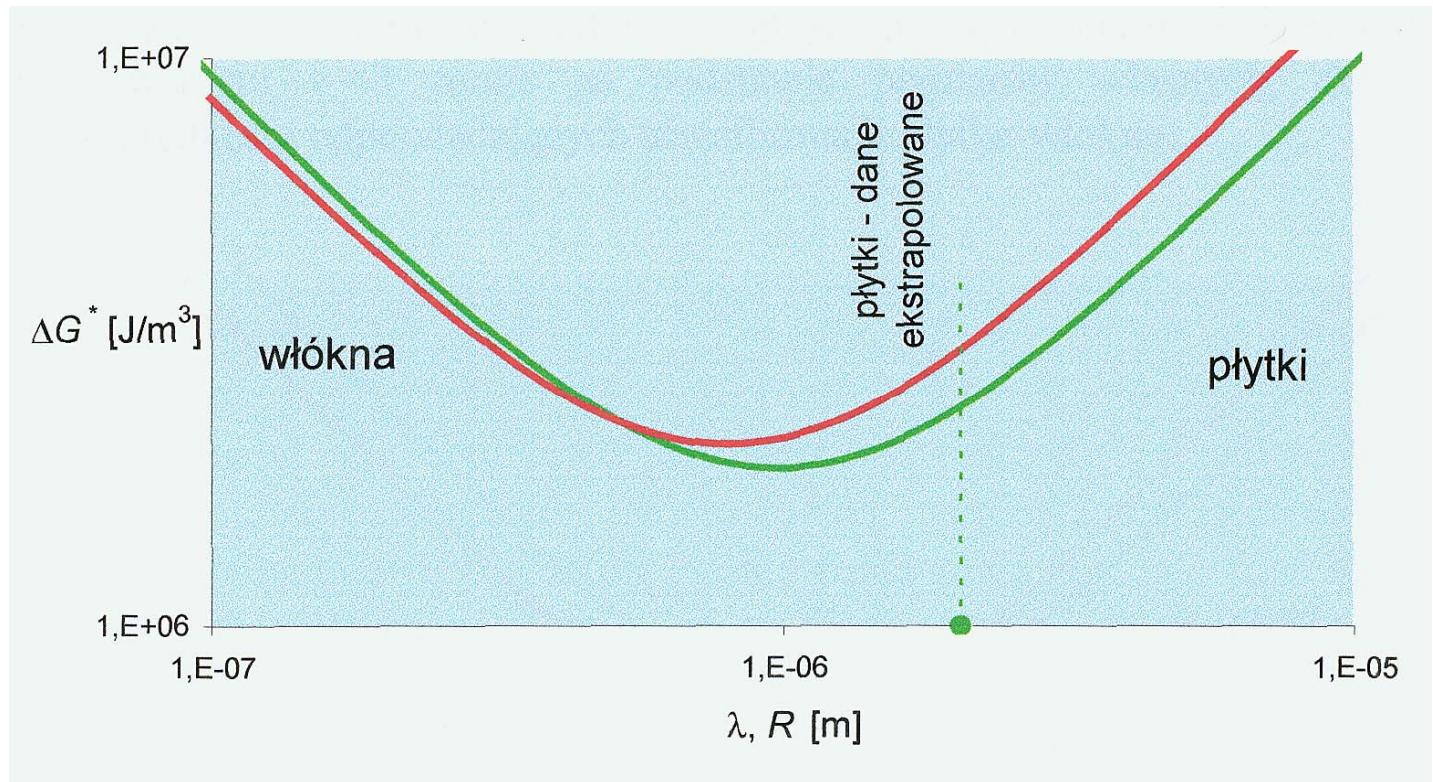


# Nowe kryterium dla formowania płytek lub włókien    Wzrost płytek



RYS. 14

$\Delta G^*_L$  oraz  $\Delta G^*_R$   
obliczone dla  
 $v = 100 \mu\text{m/s}$   
i odpowiedniej  
równowagi  
mechanicznej  
zdefiniowanej  
w punkcie  
potrójnym,  
RYS. 13



**WYNIK - minimum dla płytek jest poniżej minimum dla włókien !**

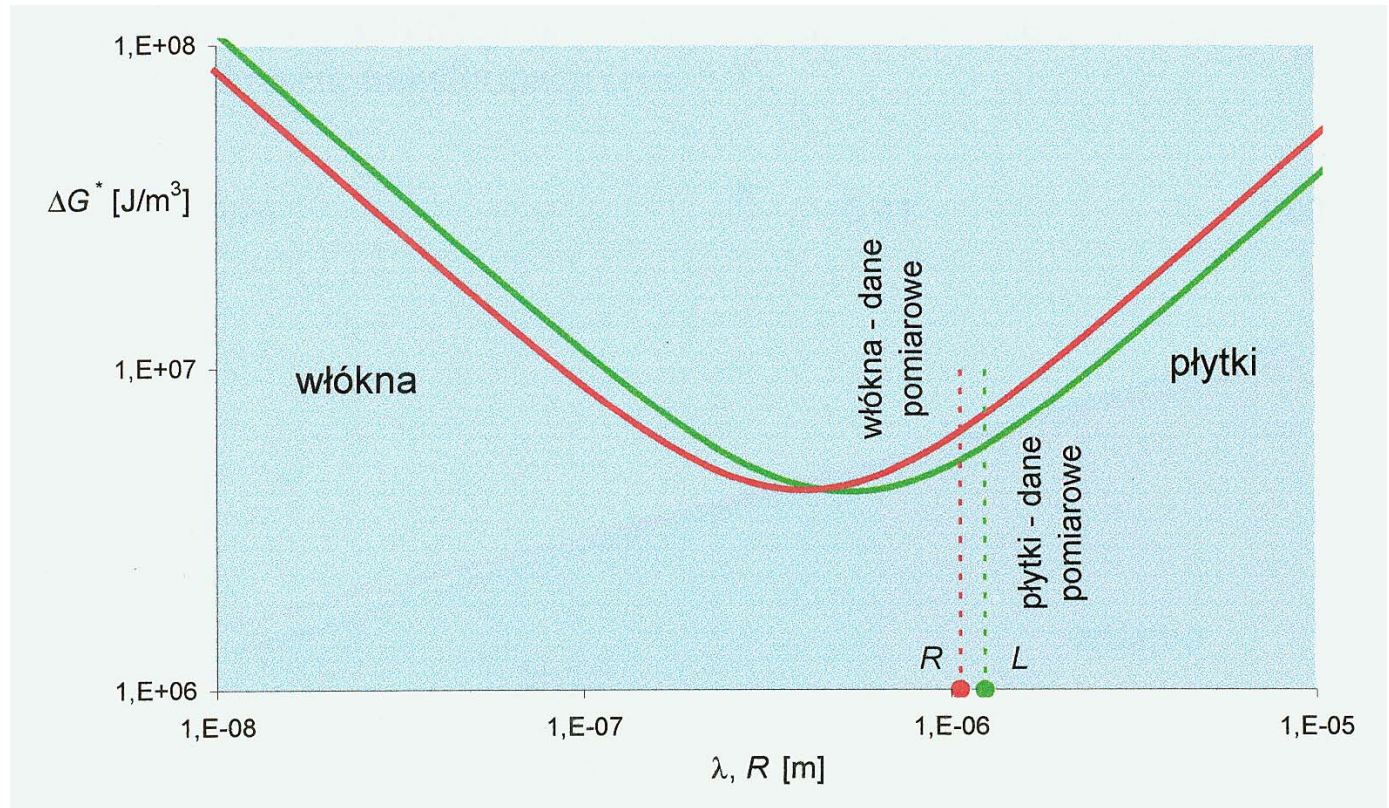


# Nowe kryterium dla formowania płytek lub włókien Transformacja

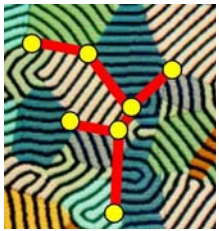


RYS. 15

$\Delta G_L^*$  oraz  $\Delta G_R^*$   
obliczone  
dla  $v = 400 \mu\text{m/s}$   
i odpowiedniej  
równowagi  
mechanicznej  
zdefiniowanej  
w punkcie  
potrójnym,  
RYS. 13



**WYNIK - minimum dla płytek jest na tym samym poziomie co minimum dla włókien !**

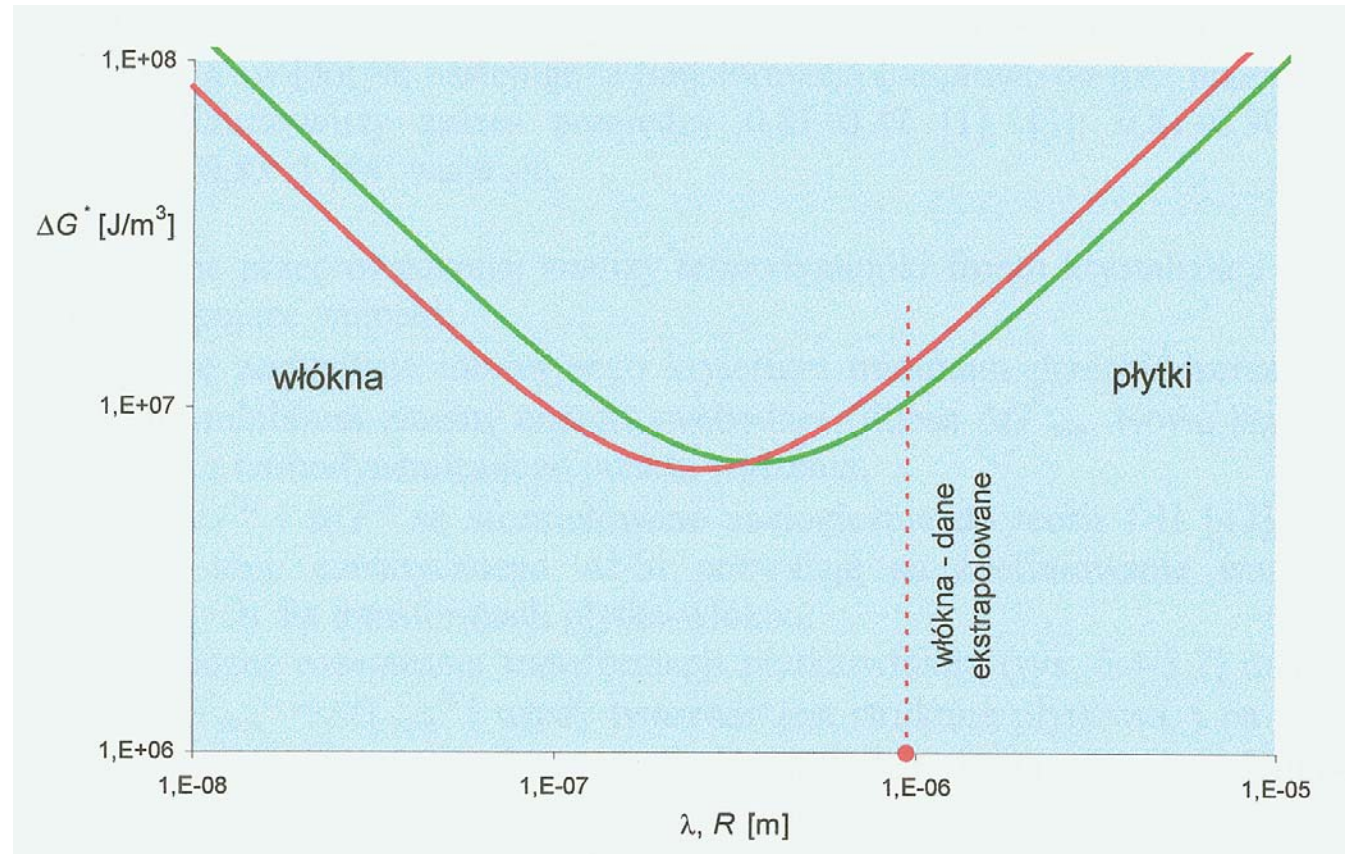


# Nowe kryterium dla formowania płytek lub włókien Wzrost włókien



RYS. 16

$\Delta G_L^*$  oraz  $\Delta G_R^*$   
obliczone dla  
 $v = 1000 \mu\text{m/s}$   
i odpowiedniej  
równowagi  
mechanicznej  
zdefiniowanej  
w punkcie  
potrójnym,  
RYS. 13



**WYNIK - minimum dla włókien jest poniżej minimum dla płytek !**

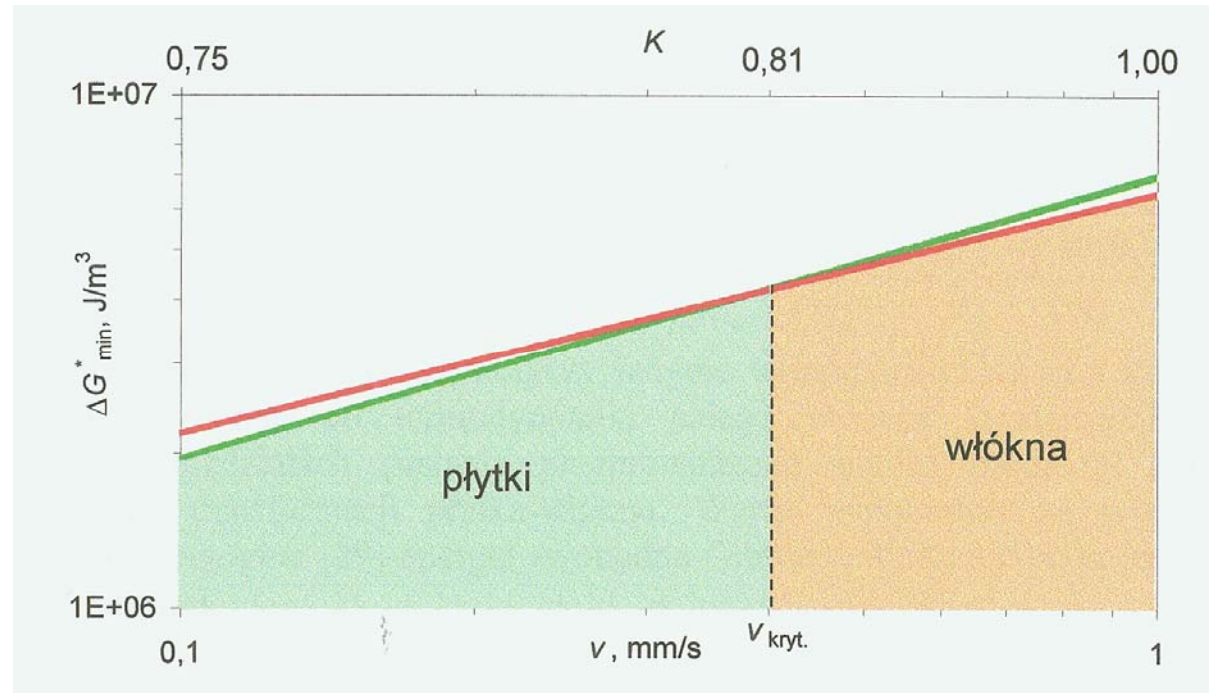


# Nowe kryterium dla formowania płytek lub włókien Progowa prędkość wzrostu



RYS. 17

minima dla  $\Delta G_L^*$   
oraz  $\Delta G_R^*$  obliczone  
dla  $v = 100 - 1000 \mu\text{m/s}$   
i odpowiedniej  
równowagi mechanicznej  
zdefiniowanej  
w punkcie potrójnym,  
RYS. 13



## WYNIK

**jedynie progowa prędkość wzrostu  $v_{\text{kryt}}$  może być oszacowana !  
brak możliwości wprowadzenia zakresu operacyjnego !**



# Termodynamika procesu krystalizacji

globalna produkcja entropii dla procesu stacjonarnego dla zorientowanej eutektyki Al-Si odniesiona do obszarów struktury regularnej uformowanej lokalnie wewnątrz ogólnie nieregularnej struktury

$$P = \int_V \sigma_D dV$$



$$\sigma_D = \frac{DR^* \varepsilon}{N_i(1-N_i)} |grad.N_i|^2$$

dla izotermicznego frontu krystalizacji

$\sigma_D$  – produkcja entropii na jednostkę czasu i jednostkę objętości związana z transportem masy w strefie dyfuzyjnej

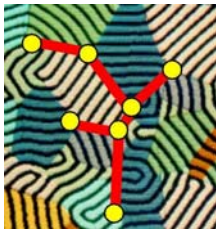
uśredniona globalna produkcja entropii

formowanie struktury płytkowej

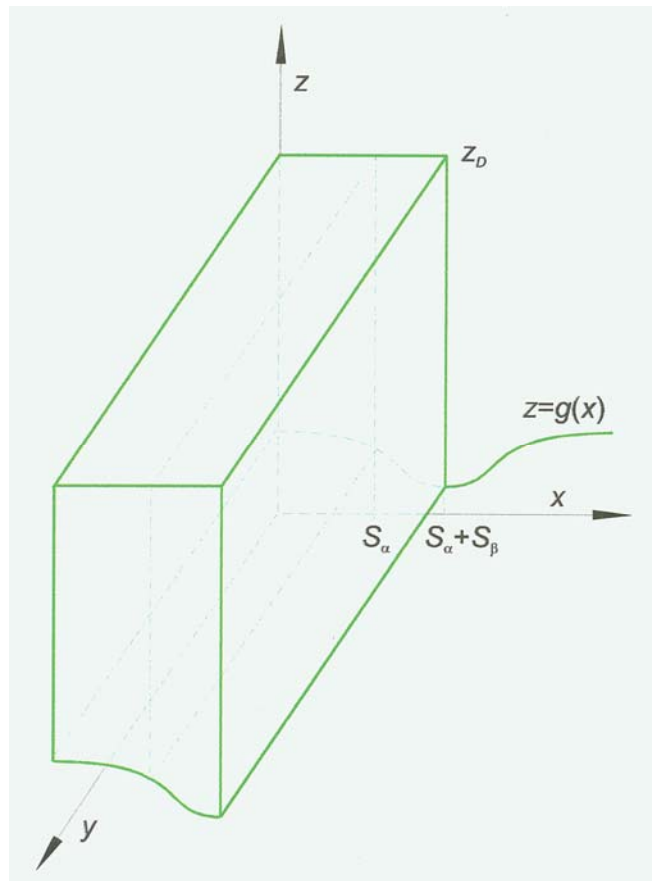
$$\bar{P}_L = \frac{1}{S_\alpha + S_\beta} \int_{V_L} \sigma_D dV$$

formowanie struktury włóknistej

$$\bar{P}_R = \frac{1}{\pi(r_\alpha + r_\beta)^2} \int_{V_R} \sigma_D dV$$

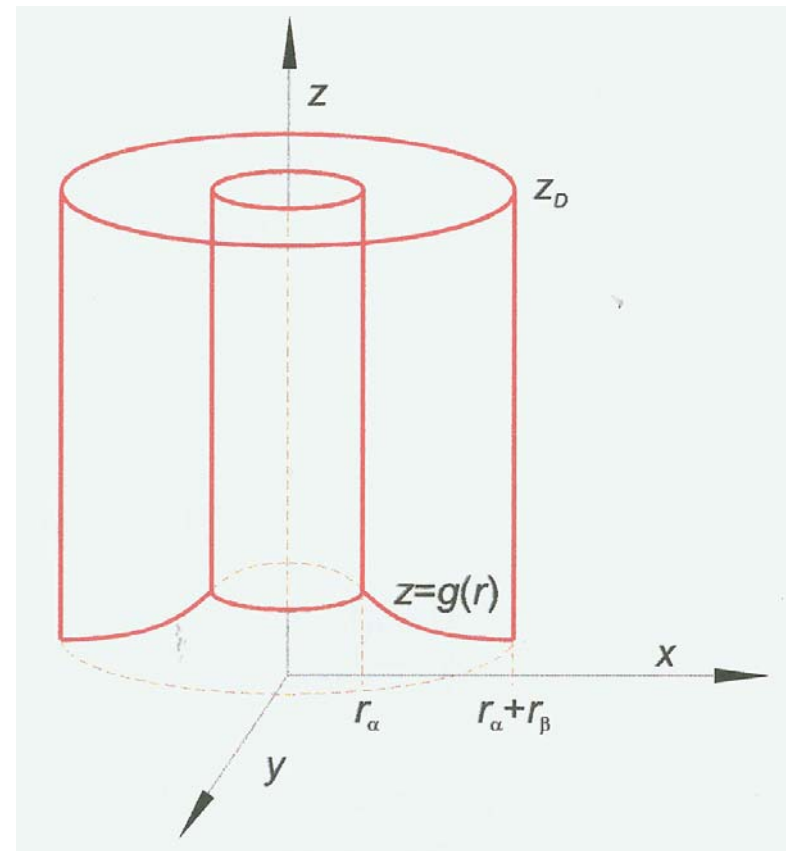


# Objętość Struktura regularna



geometria struktury regularnej

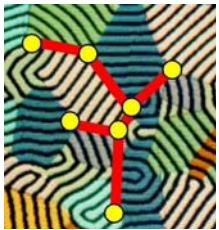
odpowiednie objętości wymagane całkowaniem



RYS. 18 wzrost płytkowy

RYS. 19 wzrost włóknisty





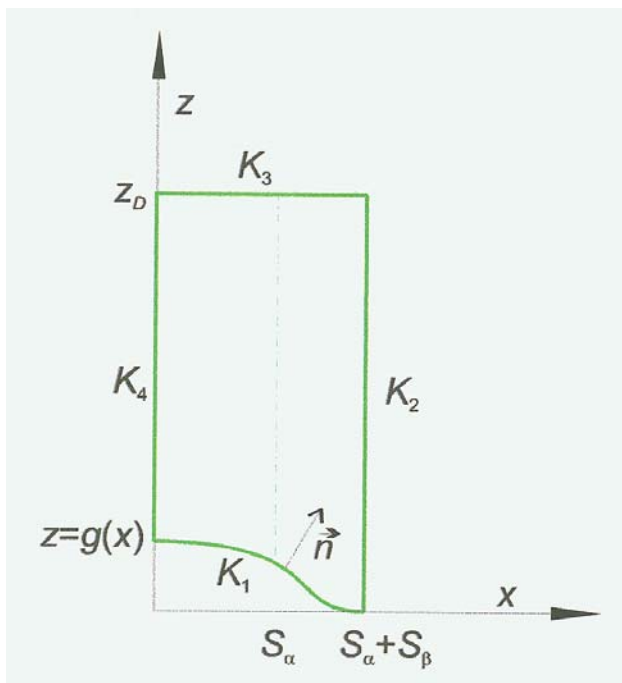
# Całkowanie



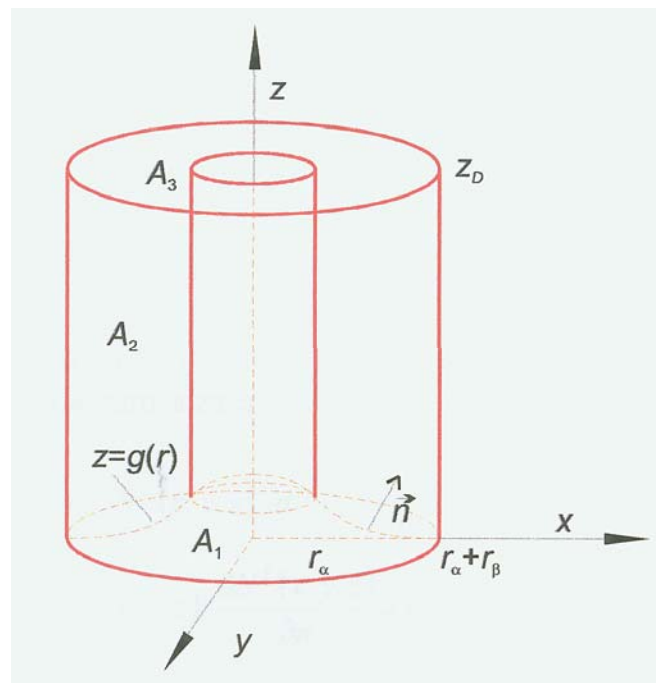
$$\iiint_V \left| \text{grad}.N^L(x, z) \right|^2 dV = \iint_A \delta N^L(x, z) \frac{\partial N^L(x, z)}{\partial n} dA + \frac{v}{2D} \iiint_V \delta N^L(x, z) \frac{\partial (\delta N^L(x, z))^2}{\partial z} dV$$

wzrost płytek

wzrost włókien



RYS. 20



RYS. 21

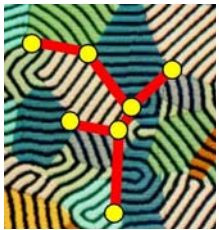


wzrost płytek

$$\begin{aligned}\bar{P}_L = & \int_0^{S_\alpha+S_\beta} \int_{g(x)}^{z_D} \left| \text{grad}.N^L(x, z) \right|^2 dz dx = -\frac{v}{2D} \int_0^{S_\alpha+S_\beta} \left[ \delta N^L(x, g(x)) \right]^2 dx \\ & + \int_0^{S_\alpha} \delta N^L(x, g(x)) \frac{v}{D} \left( N^L(x, g(x)) - N^\alpha(x, g(x)) \right) dx \\ & + \int_{S_\alpha}^{S_\alpha+S_\beta} \delta N^L(x, g(x)) \frac{v}{D} \left( N^\beta(x, g(x)) - N^L(x, g(x)) \right) dx\end{aligned}$$

w całkowaniu wykorzystano schemat z RYS. 20 oraz pewne warunki dane teorią J-H

K.A. Jackson, J.D. Hunt, Trans. AIME, **236**, 1129-1142, (1966)



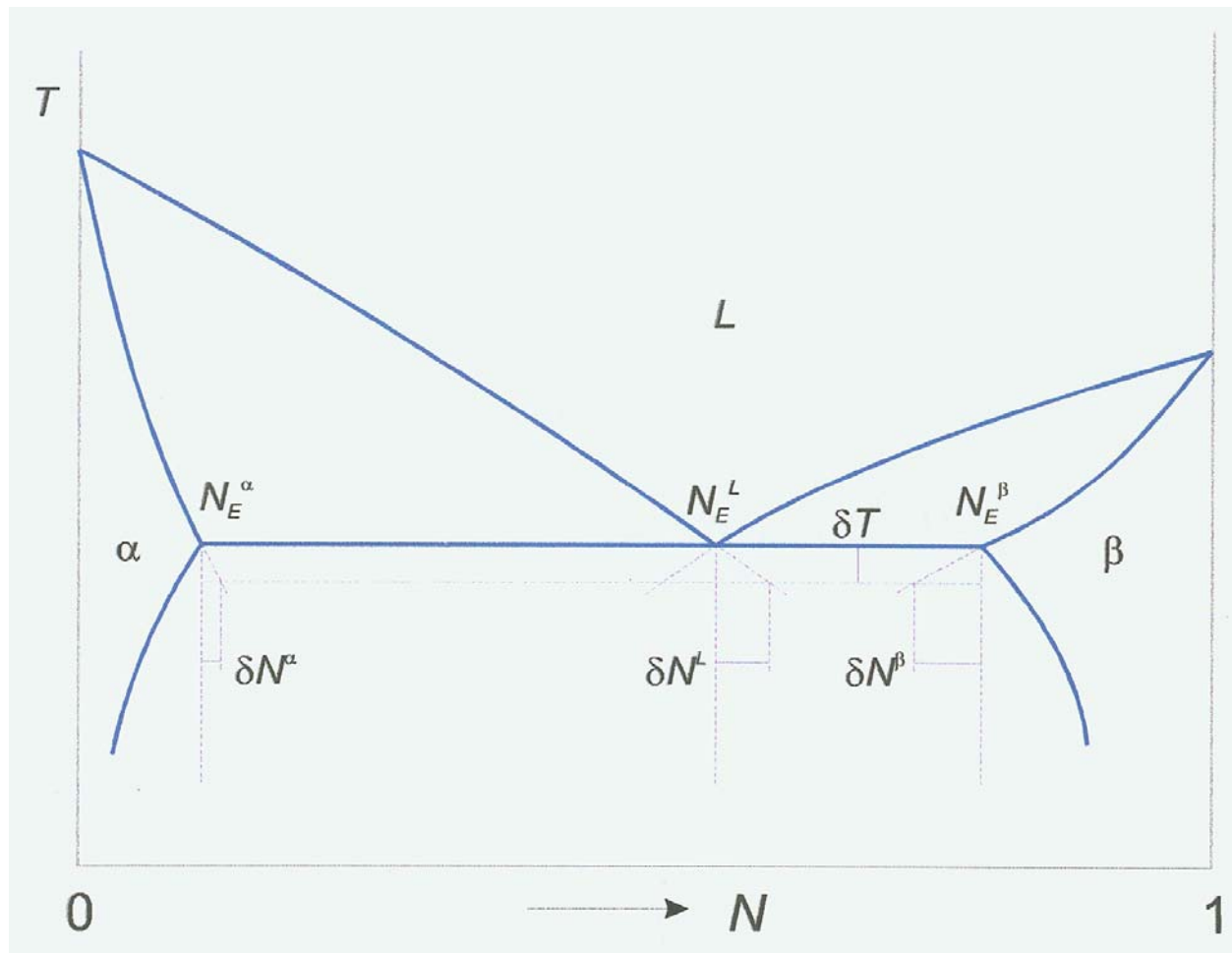
# Odchylenie od równowagi termodynamicznej



$$N^L = N_E^L \pm \delta N^L$$

$$N^\alpha = N_E^\alpha + \delta N^\alpha$$

$$N^\beta = N_E^\beta - \delta N^\beta$$



RYS. 22

typowy  
diagram fazowy



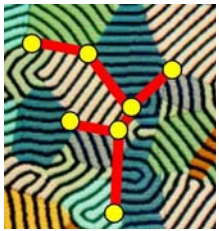
wzrost płytek

$$\bar{P}_L = \int_0^{S_\alpha+S_\beta} \int_{g(x)}^{z_D} \left| \text{grad}.N^L(x, z) \right|^2 dz dx = \frac{v}{2D} \int_0^{S_\alpha+S_\beta} \left[ \delta N^L(x, g(x)) \right]^2 dx$$

$$+ \frac{v}{D} \left[ \left( N_E^L - N_E^\alpha \right) \int_0^{S_\alpha} \delta N^L(x, g(x)) dx + \left( N_E^\beta - N_E^L \right) \int_{S_\alpha}^{S_\alpha+S_\beta} \delta N^L(x, g(x)) dx \right]$$

$$- \frac{v}{D} \left[ \int_0^{S_\alpha} \delta N^L(x, g(x)) \delta N^\alpha(x, g(x)) dx + \int_{S_\alpha}^{S_\alpha+S_\beta} \delta N^L(x, g(x)) \delta N^\beta(x, g(x)) dx \right]$$

**wprowadzono pod całkę pewne parametry z RYS. 22**



wzrost włókien

$$\begin{aligned}\bar{P}_R = \iiint_V \left| \text{grad}.N^L(x, y, z) \right|^2 dV &= -\frac{\pi\nu}{D} \int_0^{r_\alpha+r_\beta} \left[ \delta N^L(r, g(r)) \right]^2 r dr \\ &+ \frac{2\pi\nu}{D} \int_0^{r_\alpha} \delta N^L(r, g(r)) \left[ N^L(r, g(r)) - N^\alpha(r, g(r)) \right] r dr \\ &+ \frac{2\pi\nu}{D} \int_{r_\alpha}^{r_\alpha+r_\beta} \delta N^L(r, g(r)) \left[ N^\beta(r, g(r)) - N^L(r, g(r)) \right] r dr\end{aligned}$$

wykorzystano w całkowaniu schemat z RYS. 21 i pewne warunki dane teorią J-H



wzrost włókien

$$\bar{P}_R = \iiint_V \left| \text{grad}.N^L(x, y, z) \right|^2 dV = -\frac{\pi v}{D} \int_0^{r_\alpha+r_\beta} \left[ \delta N^L(r, g(r)) \right]^2 r dr$$

$$+ \frac{2\pi v}{D} \left[ \left( N_E^L - N_E^\alpha \right) \int_0^{r_\alpha} \delta N^L(r, g(r)) r dr + \left( N_E^\beta - N_E^L \right) \int_{r_\alpha}^{r_\alpha+r_\beta} \delta N^L(r, g(r)) r dr \right]$$

$$- \frac{2\pi v}{D} \left[ \int_0^{r_\alpha} \delta N^L(r, g(r)) \delta N^\alpha(r, g(r)) r dr + \int_{r_\alpha}^{r_\alpha+r_\beta} \delta N^L(r, g(r)) \delta N^\beta(r, g(r)) r dr \right]$$

**wprowadzono pod całkę pewne parametry z RYS. 22**



# Parametry kapilarne



wzrost płytkowy

definicje parametrów  $\delta N^\alpha$ ,  $\delta N^\beta$ , RYS. 22

$$\delta N^\alpha(x, g(x)) = k_\alpha \delta N^L(x, g(x)) + \frac{k_\alpha}{m_\alpha} \frac{T_E}{L_\alpha} \sigma_\alpha^L(x, g(x)) \frac{1}{R_\alpha(x, g(x))}$$

uproszczenia



$$\delta N^\beta(x, g(x)) = k_\beta \delta N^L(x, g(x)) + \frac{k_\beta}{m_\beta} \frac{T_E}{L_\beta} \sigma_\beta^L(x, g(x)) \frac{1}{R_\beta(x, g(x))}$$

$$\frac{1}{R_\alpha(x, g(x))} = \hat{K}_\alpha(x, g(x))$$

$$\hat{K}_\alpha(x, g(x)) = \frac{\sin \theta_\alpha^L}{S_\alpha}$$

$$\frac{1}{R_\beta(x, g(x))} = \hat{K}_\beta(x, g(x))$$

$$\hat{K}_\beta(x, g(x)) = \frac{\sin \theta_\beta^L}{S_\beta}$$

$$\sigma_\beta^L(x, g(x)) = \sigma_\beta^L \quad \sigma_\alpha^L(x, g(x)) = \sigma_\alpha^L$$

dotatkowo

$$\frac{1}{m_\alpha} \frac{T_E}{L_\alpha} \sigma_\alpha^L = M_\alpha^L$$

$$\frac{1}{m_\beta} \frac{T_E}{L_\beta} \sigma_\beta^L = M_\beta^L$$



# Parametry kapilarne

## Produkcja entropii

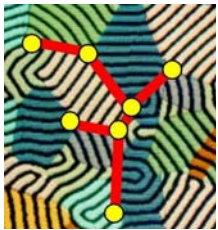


$$\begin{aligned}
 \bar{P}_L = & \frac{v}{D} \left[ \left( N_E^L - N_E^\alpha \right) \int_0^{S_\alpha} \delta N^L(x, g(x)) dx + \left( N_E^\beta - N_E^L \right) \int_{S_\alpha}^{S_\alpha + S_\beta} \delta N^L(x, g(x)) dx \right] \\
 & - \frac{v}{D} \left[ k_\alpha \int_0^{S_\alpha} \left[ \delta N^L(x, g(x)) \right]^2 dx + k_\alpha M_\alpha^L \frac{\sin \theta_\alpha^L}{S_\alpha} \int_0^{S_\alpha} \delta N^L(x, g(x)) dx \right] \\
 & - \frac{v}{D} \left[ k_\beta \int_{S_\alpha}^{S_\alpha + S_\beta} \left[ \delta N^L(x, g(x)) \right]^2 dx + k_\beta M_\beta^L \frac{\sin \theta_\beta^L}{S_\beta} \int_{S_\alpha}^{S_\alpha + S_\beta} \delta N^L(x, g(x)) dx \right] \\
 & + \frac{v}{2D} \left[ \int_0^{S_\alpha} \left[ \delta N^L(x, g(x)) \right]^2 dx + \int_{S_\alpha}^{S_\alpha + S_\beta} \left[ \delta N^L(x, g(x)) \right]^2 dx \right]
 \end{aligned}$$

wzrost płytkowy

wprowadzono do obliczeń parametry kapilarne





# Parametry kapilarne



wzrost włóknisty

definicje parametrów  $\delta N^\alpha$ ,  $\delta N^\beta$ , RYS. 22

$$\delta N^\alpha(r, g(r)) = k_\alpha \delta N^L(r, g(r)) + \frac{k_\alpha T_E}{m_\alpha L_\alpha} \sigma_\alpha^R(r, g(r)) \frac{1}{R_\alpha(r, g(r))}$$

uproszczenia



$$\delta N^\beta(r, g(r)) = k_\beta \delta N^L(r, g(r)) + \frac{k_\beta T_E}{m_\beta L_\beta} \sigma_\beta^R(r, g(r)) \frac{1}{R_\beta(r, g(r))}$$

$$\frac{1}{R_\alpha(r, g(r))} = \hat{K}_\alpha(r, g(r))$$

$$\hat{K}_\alpha(r, g(r)) = \frac{2 \sin \theta_\alpha^L}{r_\alpha}$$

$$\frac{1}{R_\beta(r, g(r))} = \hat{K}_\beta(r, g(r))$$

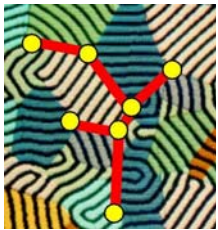
$$\hat{K}_\beta(r, g(r)) = \frac{2r_\alpha \sin \theta_\beta^L}{(r_\alpha + r_\beta)^2 - r_\alpha^2}$$

$$\sigma_\alpha^R(r, g(r)) = \sigma_\alpha^R \quad \sigma_\beta^R(r, g(r)) = \sigma_\beta^R$$

dodatkowo

$$\frac{1}{m_\alpha} \frac{T_E}{L_\alpha} \sigma_\alpha^R = M_\alpha^R$$

$$\frac{1}{m_\beta} \frac{T_E}{L_\beta} \sigma_\beta^R = M_\beta^R$$



# Parametry kapilarne

## Produkcja entropii



$$\bar{P}_R = \frac{2\pi\nu}{D} \left[ \left( N_E^L - N_E^\alpha \right) \int_0^{r_\alpha} \delta N^L(r, g(r)) r dr + \left( N_E^\beta - N_E^L \right) \int_{r_\alpha}^{r_\alpha+r_\beta} \delta N^L(r, g(r)) r dr \right]$$

$$- \frac{2\pi\nu}{D} \left[ k_\alpha \int_0^{r_\alpha} \left[ \delta N^L(r, g(r)) \right]^2 r dr + k_\alpha M_\alpha^R \frac{2 \sin \theta_\alpha^R}{r_\alpha} \int_0^{r_\alpha} \delta N^L(r, g(r)) r dr \right]$$

$$- \frac{2\pi\nu}{D} \left[ k_\beta \int_{r_\alpha}^{r_\alpha+r_\beta} \left[ \delta N^L(r, g(r)) \right]^2 r dr + k_\beta M_\beta^R \frac{2 r_\alpha \sin \theta_\beta^R}{(r_\alpha + r_\beta)^2 - r_\alpha^2} \int_{r_\alpha}^{r_\alpha+r_\beta} \delta N^L(r, g(r)) r dr \right]$$

$$+ \frac{\pi\nu}{D} \left[ \int_0^{r_\alpha} \left[ \delta N^L(r, g(r)) \right]^2 r dr + \int_{r_\alpha}^{r_\alpha+r_\beta} \left[ \delta N^L(r, g(r)) \right]^2 r dr \right]$$

wzrost włóknisty

wprowadzono do obliczeń parametry kapilarne



# Rzeczywisty kształt frontu krystalizacji



analityczne rozwiązania dla  $dN^L(x,g(x))$  oraz  $dN^R(r,g(r))$  są nieznane  
 ale teoria J-H daje rozwiązania dla  $dN^L(x,0)$  oraz  $dN^R(r,0)$   
 stąd, postuluje się wprowadzenie następujących równań

wzrost płytkowy

$$\int_0^{S_\alpha} \delta N^L(x,0) dx = \frac{2(S_\alpha + S_\beta)^2 v N_0 P^*}{D}$$

$$\int_{S_\alpha}^{S_\alpha + S_\beta} \delta N^L(x,0) dx = \frac{2(S_\alpha + S_\beta)^2 v N_0 P^*}{D}$$

$$P^* = \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{n\pi} \right)^3 \sin^2 \frac{n\pi S_\alpha}{S_\alpha + S_\beta}$$

wzrost włóknisty

$$\int_0^{r_\alpha} \delta N^L(r,0) r dr = \frac{2(r_\alpha + r_\beta)^3 V_\alpha v N_0 E}{D}$$

$$\int_{r_\alpha}^{r_\alpha + r_\beta} \delta N^L(r,0) r dr = \frac{2(r_\alpha + r_\beta)^3 V_\alpha v N_0 E}{D}$$

$$E = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_1^2 \left( \frac{\gamma_n r_\alpha}{r_\alpha + r_\beta} \right)}{\gamma_n^3 J_0^2(\gamma_n)}$$



# Rzeczywisty kształt frontu krystalizacji



analityczne rozwiązania dla  $dN^L(x,g(x))$  oraz  $dN^R(r,g(r))$  są nieznane  
 ale teoria J-H daje rozwiązania dla  $dN^L(x,0)$  oraz  $dN^R(r,0)$   
 stąd, postuluje się wprowadzenie następujących równań

wzrost płytkowy

$$\int_0^{S_\alpha} [\delta N^L(x,0)]^2 dx = \frac{4(S_\alpha + S_\beta)^3 v^2 N_0^2}{D^2} \left[ \frac{V_\alpha \Theta}{2} + T^* \right]$$

$$\int_{S_\alpha}^{S_\alpha + S_\beta} [\delta N^L(x,0)]^2 dx = \frac{4(S_\alpha + S_\beta)^3 v^2 N_0^2}{D^2} \left[ \frac{V_\beta \Theta}{2} - T^* \right]$$

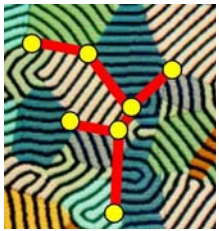
$$\Theta = \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{n\pi} \right)^4 \sin^2 \left( \frac{n\pi S_\alpha}{S_\alpha + S_\beta} \right)$$

wzrost włóknisty

$$\int_0^{r_\alpha} [\delta N^L(r,0)]^2 r dr = \frac{2(r_\alpha + r_\beta)^4 V_\alpha v^2 N_0^2}{D^2} \left[ V_\alpha U + 4\sqrt{V_\alpha} H^* \right]$$

$$\int_{r_\alpha}^{r_\alpha + r_\beta} [\delta N^L(r,0)]^2 r dr = \frac{2(r_\alpha + r_\beta)^4 V_\alpha v^2 N_0^2}{D^2} \left[ S^* - V_\alpha U - 4\sqrt{V_\alpha} H^* \right]$$

$$S^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_1^2 \left( \frac{\gamma_n r_\alpha}{r_\alpha + r_\beta} \right)}{\gamma_n^4 J_0^2(\gamma_n)}$$



# Rzeczywisty kształt frontu krystalizacji



postuluje się zastosowanie następujących wyrażen

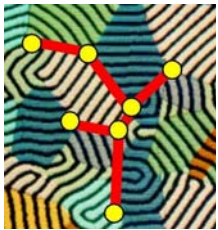
wzrost płytkowy

$$T^* = \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{k=1}^{n-1} \left(\frac{1}{n}\right)^2 \left(\frac{1}{k}\right)^2 \left(\frac{1}{\pi}\right)^5 \sin \frac{n\pi S_{\alpha}}{S_{\alpha} + S_{\beta}} \sin \frac{k\pi S_{\alpha}}{S_{\alpha} + S_{\beta}} \left[ \frac{1}{n+k} \sin \frac{(n+k)\pi S_{\alpha}}{S_{\alpha} + S_{\beta}} + \frac{1}{n-k} \sin \frac{(n-k)\pi S_{\alpha}}{S_{\alpha} + S_{\beta}} \right] + 0.5 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n\pi}\right)^5 \sin^3 \frac{n\pi S_{\alpha}}{S_{\alpha} + S_{\beta}} \cos \frac{n\pi S_{\alpha}}{S_{\alpha} + S_{\beta}}$$

wzrost włóknisty

$$U = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_1^2 \left( \frac{\gamma_n r_{\alpha}}{r_{\alpha} + r_{\beta}} \right)}{\gamma_n^4 J_0^4(\gamma_n)} \left[ J_1^2 \left( \frac{\gamma_n r_{\alpha}}{r_{\alpha} + r_{\beta}} \right) + J_0^2 \left( \frac{\gamma_n r_{\alpha}}{r_{\alpha} + r_{\beta}} \right) + J_0^2 \left( \frac{\gamma_n r_{\alpha}}{r_{\alpha} + r_{\beta}} \right) \right]$$

$$H^* = \sum_{n=2k=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{J_1 \left( \frac{\gamma_n r_{\alpha}}{r_{\alpha} + r_{\beta}} \right) J_1 \left( \frac{\gamma_k r_{\alpha}}{r_{\alpha} + r_{\beta}} \right) \gamma_n J_0 \left( \frac{\gamma_k r_{\alpha}}{r_{\alpha} + r_{\beta}} \right) J_1 \left( \frac{\gamma_n r_{\alpha}}{r_{\alpha} + r_{\beta}} \right) - \gamma_k J_0 \left( \frac{\gamma_n r_{\alpha}}{r_{\alpha} + r_{\beta}} \right) J_1 \left( \frac{\gamma_k r_{\alpha}}{r_{\alpha} + r_{\beta}} \right)}{\gamma_n^2 J_0^2(\gamma_n) \gamma_k^2 J_0^2(\gamma_k) (\gamma_n^2 - \gamma_k^2)}$$



# Produkcja entropii



wzrost płytkowy

po pewnych przekształceniach

$$\bar{P}_L = W_1 \frac{v}{S_\alpha + S_\beta} + W_2 \frac{v}{(S_\alpha + S_\beta)^2} + W_3 v^2 + W_4 v^2 (S_\alpha + S_\beta) + W_5 v^3 (S_\alpha + S_\beta)^2$$

$$W_1 = (N_E^L - N_E^\alpha) \frac{M_\alpha^L}{D} \sin \theta_\alpha^L + (N_E^\beta - N_E^L) \frac{M_\beta^L}{D} \sin \theta_\beta^L$$

$$W_2 = (0.5 - 2k_\alpha) \frac{(M_\alpha^L)^2 \sin^2 \theta_\alpha^L}{DV_\alpha} + (0.5 - 2k_\beta) \frac{(M_\beta^L)^2 \sin^2 \theta_\beta^L}{DV_\beta}$$

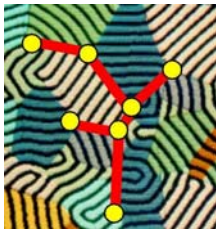
gdzie



$$W_3 = \left\{ (1 - 3k_\alpha) \frac{M_\alpha^L \sin \theta_\alpha^L}{V_\alpha} - (1 - 3k_\beta) \frac{M_\beta^L \sin \theta_\beta^L}{V_\beta} \right\} \frac{2N_0 P^*}{D^2}$$

$$W_4 = (N_E^\beta - N_E^\alpha) \frac{2N_0 P^*}{D^2}$$

$$W_5 = \left\{ 0.25\Theta - 0.5(k_\alpha V_\alpha + k_\beta V_\beta)\Theta - (k_\alpha - k_\beta)T^* \right\} \frac{4N_0^2}{D^2}$$



# Produkcja entropii



wzrost włóknisty

po pewnych przekształceniach

$$\bar{P}_R = V_1 \frac{v}{r_\alpha + r_\beta} + V_2 \frac{v}{(r_\alpha + r_\beta)^2} + V_3 v^2 + V_4 v^2 (r_\alpha + r_\beta) + V_5 v^3 (r_\alpha + r_\beta)^2$$

$$V_1 = (N_E^L - N_E^\alpha) \frac{2M_\alpha^R \sqrt{V_\alpha}}{D} \sin \theta_\alpha^R + (N_E^\beta - N_E^L) \frac{2M_\beta^R \sqrt{V_\alpha}}{D} \sin \theta_\beta^R$$

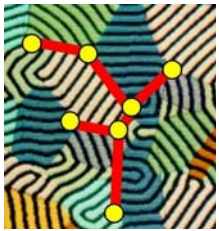
$$V_2 = (1 - 4k_\alpha) \frac{2(M_\alpha^R)^2 \sin^2 \theta_\alpha^R}{D} + (1 - 4k_\beta) \frac{2(M_\beta^R)^2 \sin^2 \theta_\beta^R}{D}$$

$$V_3 = 2N_0 E \sqrt{V_\alpha} \left\{ 4(1 - 3k_\alpha) \frac{M_\alpha^R \sin \theta_\alpha^R}{D^2} - 4(1 - 3k_\beta) \frac{M_\beta^R \sin \theta_\beta^R}{D^2} \right\}$$

$$V_4 = (N_E^\beta - N_E^\alpha) \frac{4V_\alpha N_0 E}{D^2}$$

$$V_5 = \left\{ 0.5S^* - k_\beta S^* - (k_\alpha - k_\beta) (V_\alpha U + 4\sqrt{V_\alpha} H^*) \right\} \frac{4V_\alpha N_0^2}{D^3}$$

gdzie →



# Produkcja entropii Wizualizacja



produkcja entropii wyznaczona jako funkcja  $v$  oraz  $(S_\alpha + S_\beta)$

wzrost płytkowy

$$\bar{P}_L(v, (S_\alpha + S_\beta))$$

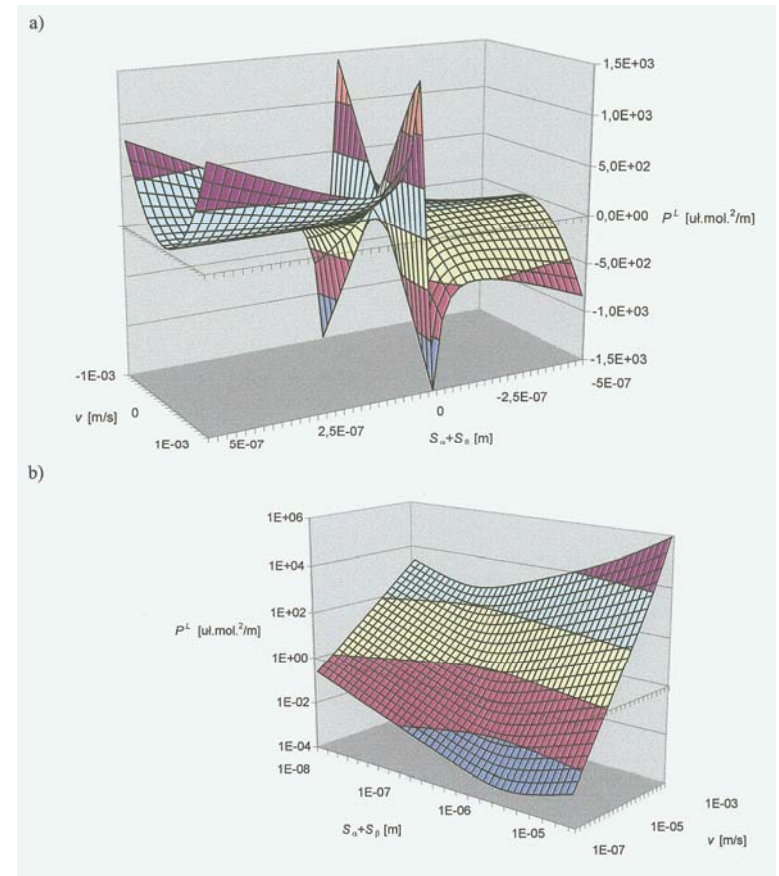
produkcja entropii

a/ w ujęciu ogólnym

b/ dla rzeczywistego

zakresu prędkości,  $v$

RYS. 23







# Produkcja entropii Wizualizacja



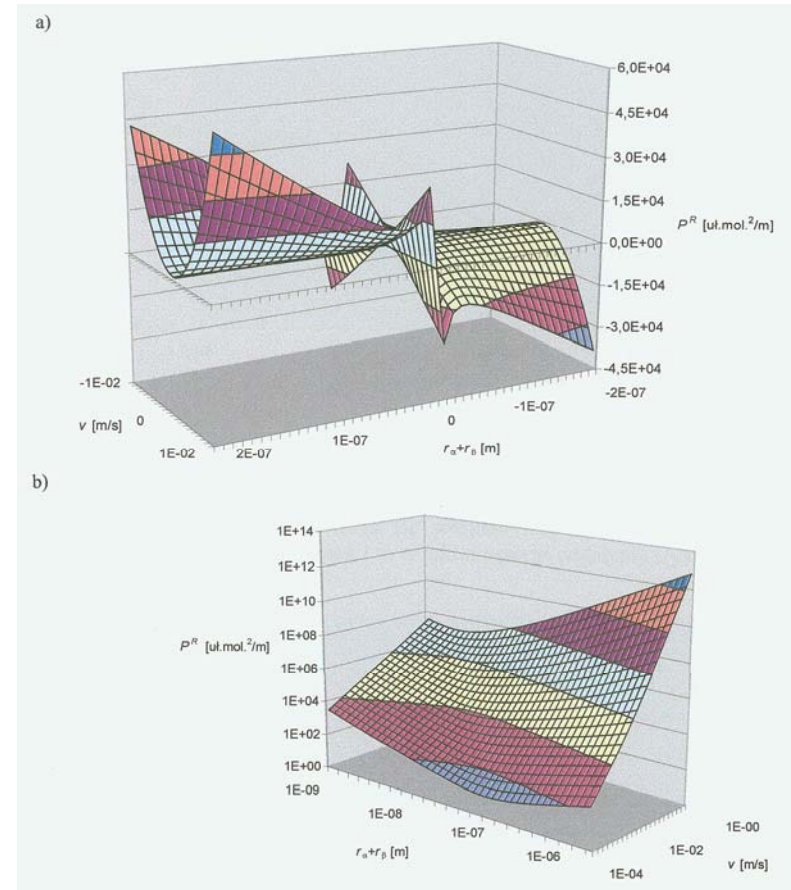
produkcja entropii wyznaczona jako funkcja  $v$  oraz  $(r_\alpha + r_\beta)$

wzrost włóknisty

$$\bar{P}_R(v, (r_\alpha + r_\beta))$$

produkcja entropii  
a/ w ujęciu ogólnym  
b/ dla rzeczywistego  
zakresu prędkości,  $v$

RYS. 24





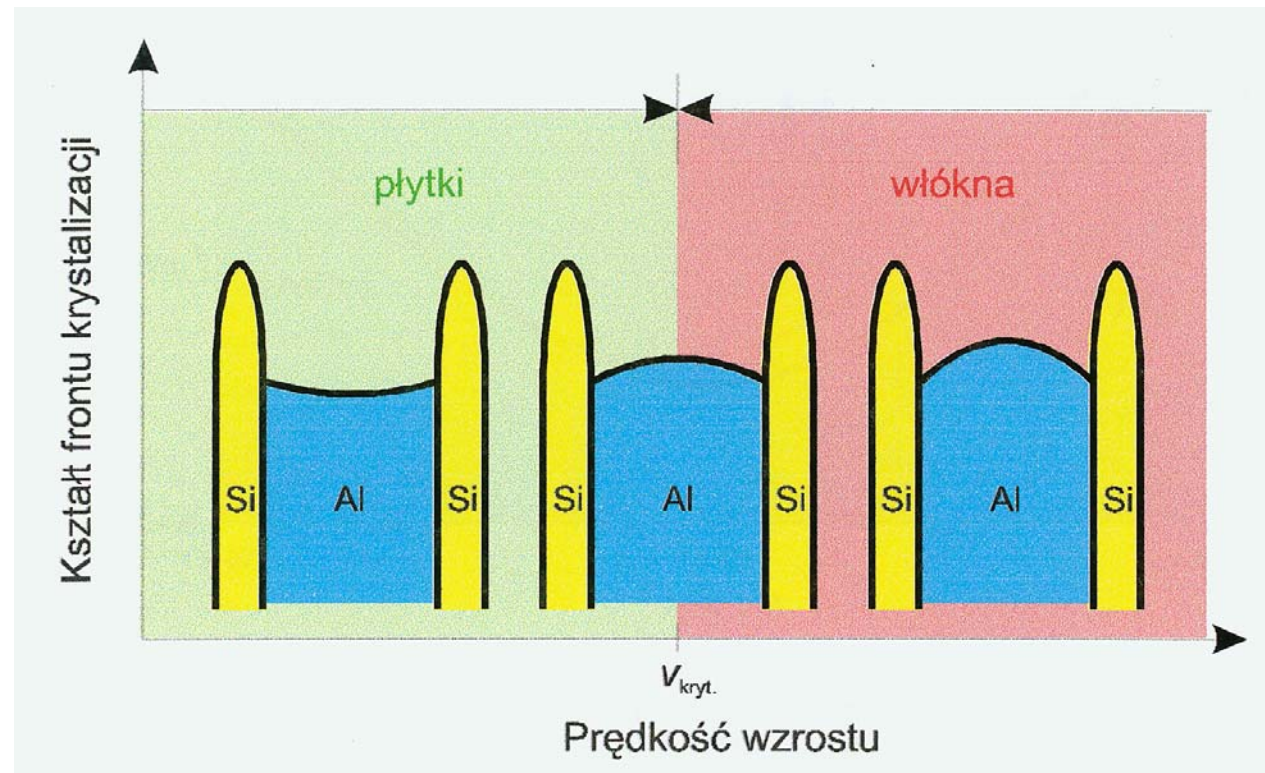
# Transformacja: płytka-włókno

## Kształt frontu krystalizacji



zmienna krzywizna frontu krystalizacji skutkująca zmianami udziału orientacji krystalograficznych i zmianami napięć powierzchniowych przy zachowaniu równowagi mechanicznej w punkcie potrójnym

RYS. 25





# Minimum produkcji entropii Płytki



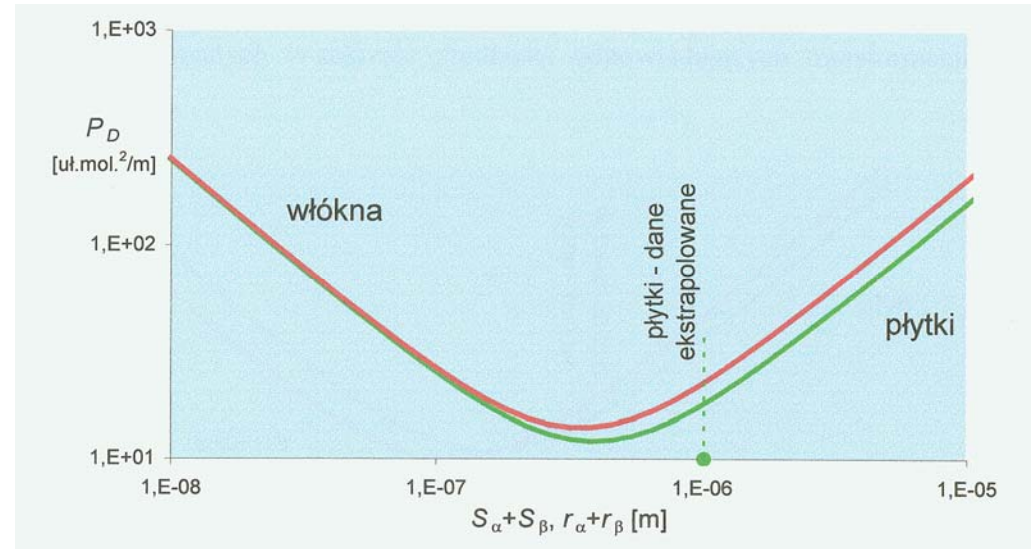
krystalizacja przebiega w minimum produkcji entropii

RYS. 26

wzrost płytkowy

wzrost włóknisty

- zielony punkt:  
średnia odległość  
między-płytkowa,  
zmierzona



produkcja entropii wyznaczona dla zakresu odległości między-płytkowych/między-włóknowych i odpowiedniej równowagi mechanicznej, zdefiniowanej w punkcie potrójnym, RYS. 25,  $v = 100 \mu\text{m/s}$

**WYNIK - minimum dla płytek jest poniżej minimum dla włókien !**



# Minimum produkcji entropii Transformacja



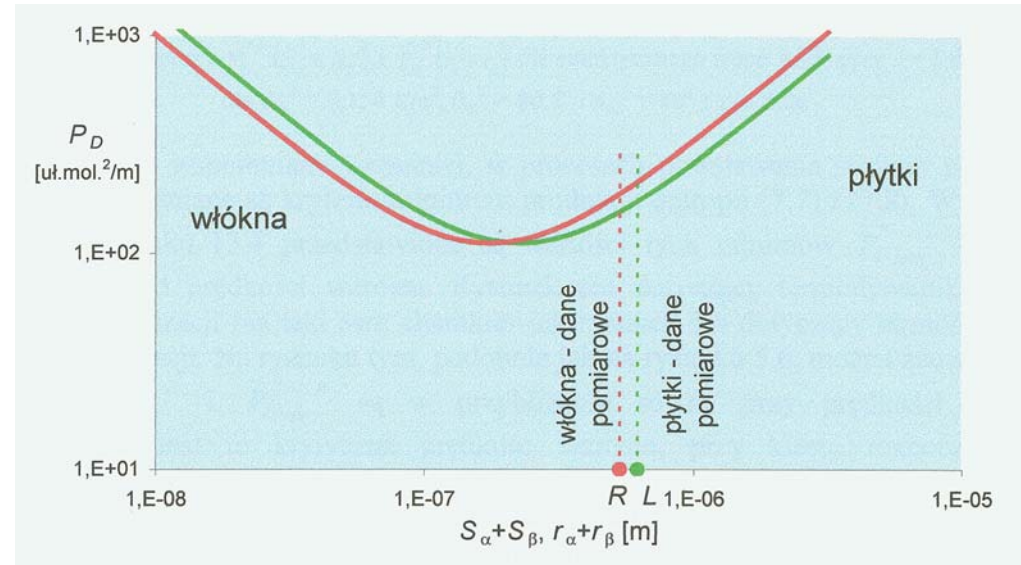
krystalizacji przebiega w minimum produkcji entropii

RYS. 27

wzrost płytkowy

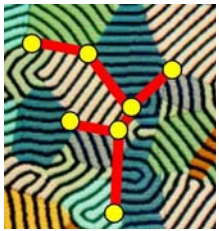
wzrost włóknisty

- zielony punkt: średnia odległość między-płytkowa
  - czerwony punkt: średnia odległość między-włóknowa
- zmierzone



produkcja entropii wyznaczona dla zakresu odległości między-płytkowych/między-włóknowych i odpowiedniej równowagi mechanicznej, zdefiniowanej w punkcie potrójnym, RYS. 25,  $v = 400 \mu\text{m/s}$

WYNIK - minimum dla płytek jest na tym samym poziomie co minimum dla włókien !



# Minimum produkcji entropii Włókna



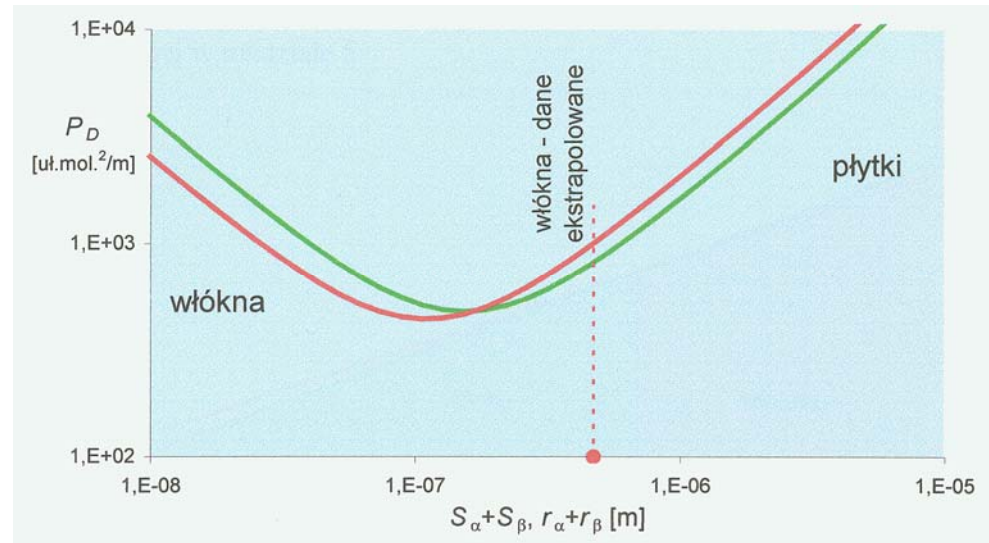
krystalizacja przebiega w minimum produkcji entropii

RYS. 28

wzrost płytkowy

wzrost włóknisty

- czerwony punkt: średnia odległość między-włóknowa zmierzona



produkcja entropii wyznaczona dla zakresu odległości między-płytkowych/między-włóknowych i odpowiedniej równowagi mechanicznej, zdefiniowanej w punkcie potrójnym, RYS. 25,  $v = 1000 \mu\text{m/s}$

**WYNIK - minimum dla włókien jest poniżej minimum dla płytek !**



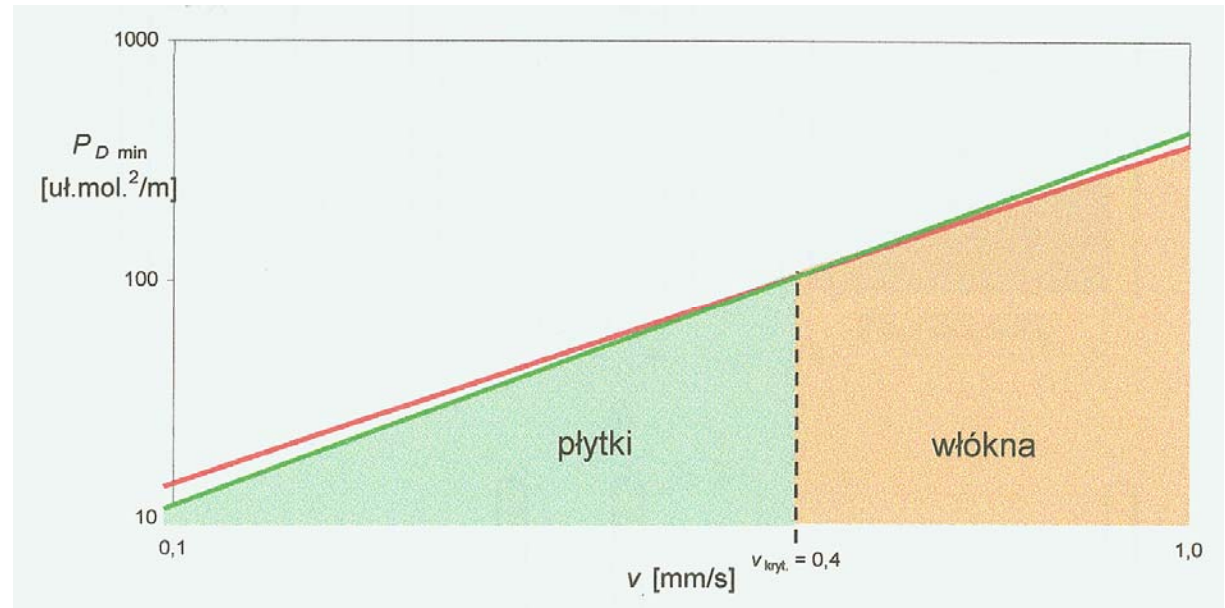
# Progowa prędkość wzrostu



wzrost płytkowy

wzrost włóknisty

RYS. 29



minima produkcji entropii dla zakresu prędkości wzrostu 100 – 1000  $\mu\text{m/s}$  i odpowiednich równowag mechanicznych zdefiniowanych w punkcie potrójnym, RYS. 25

**WYNIK – oszacowana została progowa prędkość wzrostu  $v_{kryt.}$  !**  
ale zakres operacyjny nie został jeszcze umiejscowiony



# Zakres prędkości wzrostu

## Transformacja: płytka - włókno

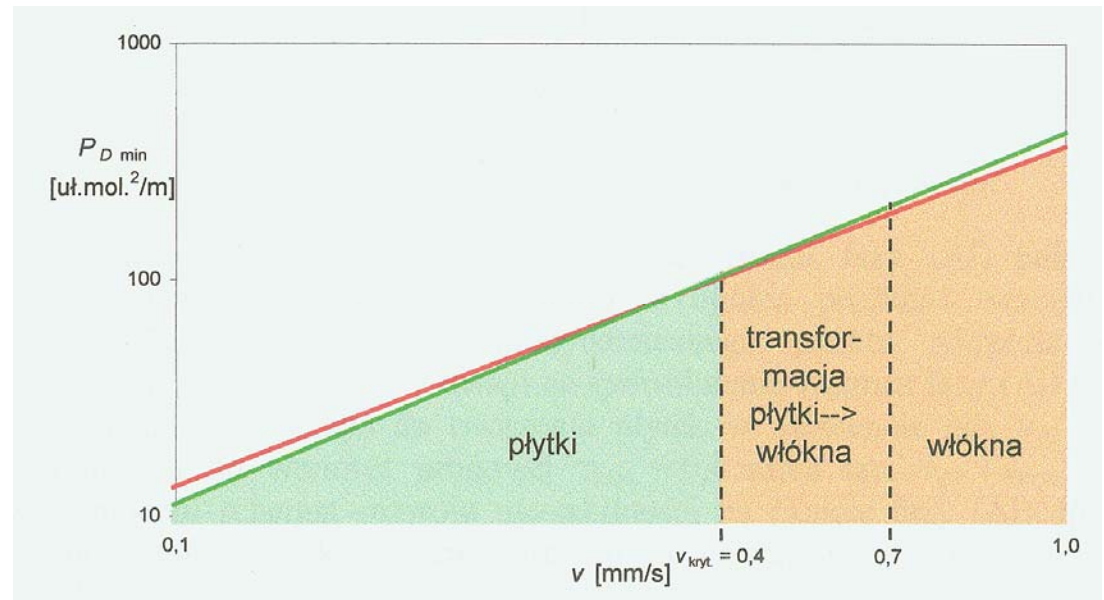


eksperymentalnie potwierdzony zakres prędkości wzrostu dla transformacji (**zakres operacyjny**) [0.4 – 0.7 mm/s]

wzrost płytek

wzrost włókien

RYS. 30



minima produkcji entropii dla zakresu prędkości krystalizacji 100 – 1000  $\mu\text{m/s}$  i odpowiednich równowag mechanicznych zdefiniowanych w punkcie potrójnym, RYS. 25

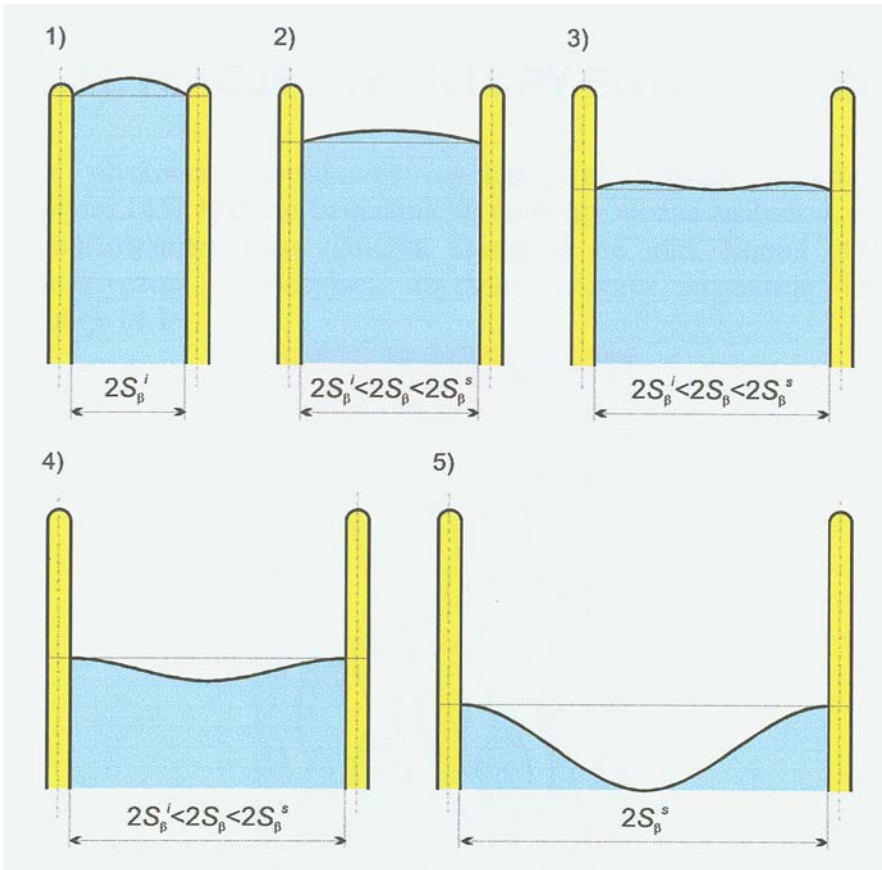


# Zakres prędkości wzrostu dla transformacji

## Struktura nieregularna



destabilizacja frontu krystalizacji fazy (AI) dla formowania struktury nieregularnej



RYS. 31

wyjaśnienie dla współistnienia **płytek i włókien** w zakresie operacyjnym

**lokalnie, struktura ma mniejszą prędkość wzrostu, gdzie destabilizacja jest większa promuje to formowanie płytek**

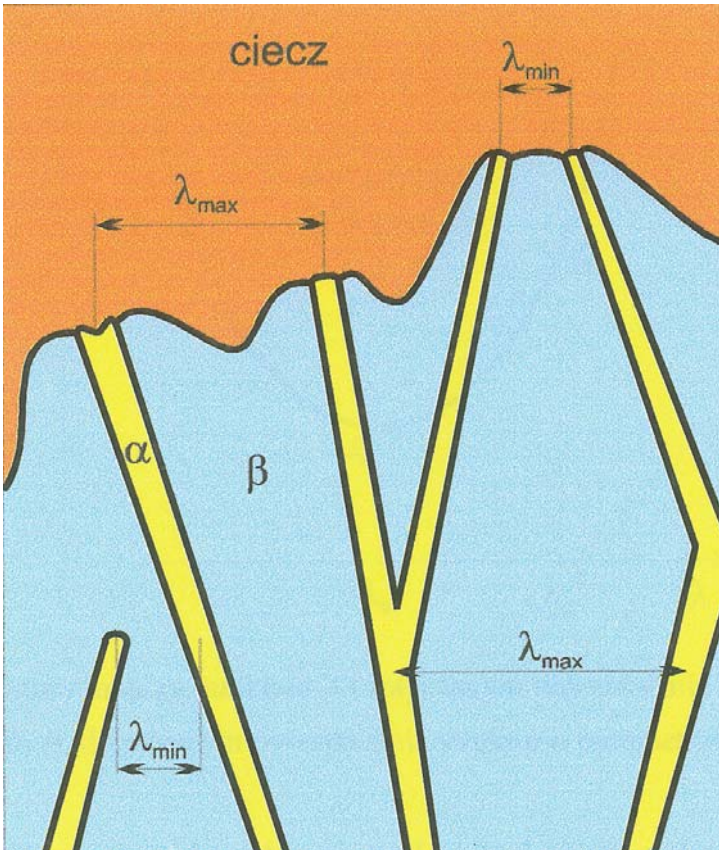




# Formowanie struktury nieregularnej + regularnej Schemat



destabilizacja frontu krystalizacji fazy (Al): ( $\beta$ ) dla formowania struktury nieregularnej



wyróżniono dwa parametry struktury:

$\lambda_{\min}$  związany z formowaniem struktury regularnej oraz minimum produkcji entropii

$\lambda_{\max}$  związany z maksymalną destabilizacją

frontu krystalizacji fazy (Al), oznaczonej ( $\beta$ )

oraz stabilnością marginalną

RYS. 32

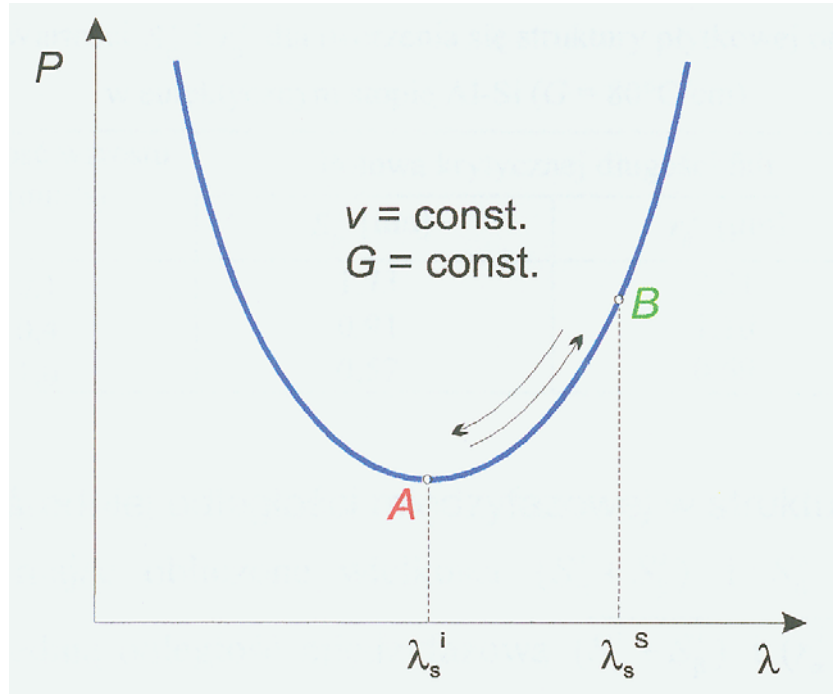
## WYNIK

oscylacja parametru struktury



# Oscylacje parametru struktury

## Produkcja entropii



RYS. 33

wyróżniono dwa parametry struktury:  
 $\lambda_{\min} = \lambda_s^i$  związany z formowaniem struktury regularnej oraz minimum produkcji entropii - punkt **A**  
 $\lambda_{\max} = \lambda_s^s$  związany z maksymalną destabilizacją frontu krystalizacji fazy (AI), oznaczonej ( $\beta$ ), oraz kryterium stabilności marginalnej - punkt **B**

średnia odległość między-płytkowa  $\lambda$ , jest mierzona w strukturze rzeczywistej, RYS. 26

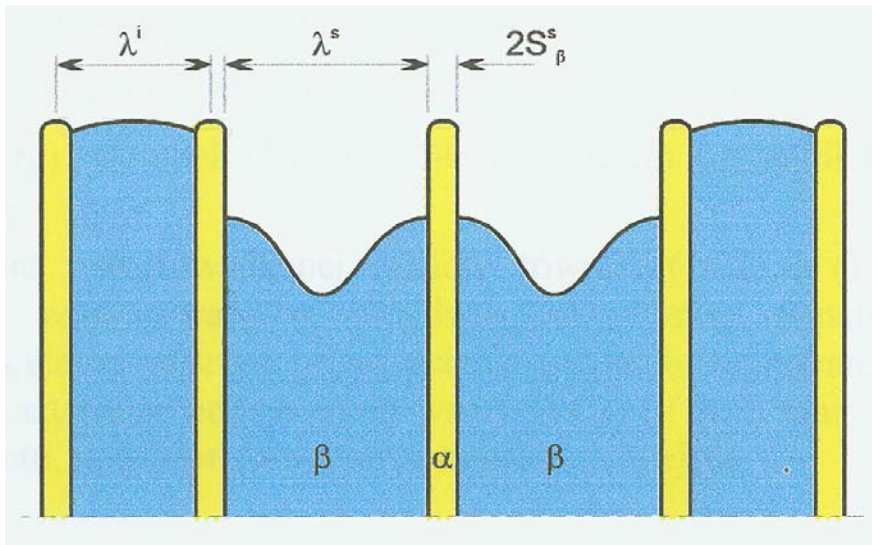


# Oscylacje parametru struktury

## Uproszczony schemat struktury



destabilizacja frontu krystalizacji fazy (AI) dla formowania struktury nieregularnej



wyróżniono dwa parametry struktury:

$\lambda_{\min} = \lambda^i$  związany z formowaniem struktury regularnej oraz minimum produkcji entropii

$\lambda_{\max} = \lambda^s$  związany z maksymalną destabilizacją frontu krystalizacji fazy (AI), oznaczonej ( $\beta$ )

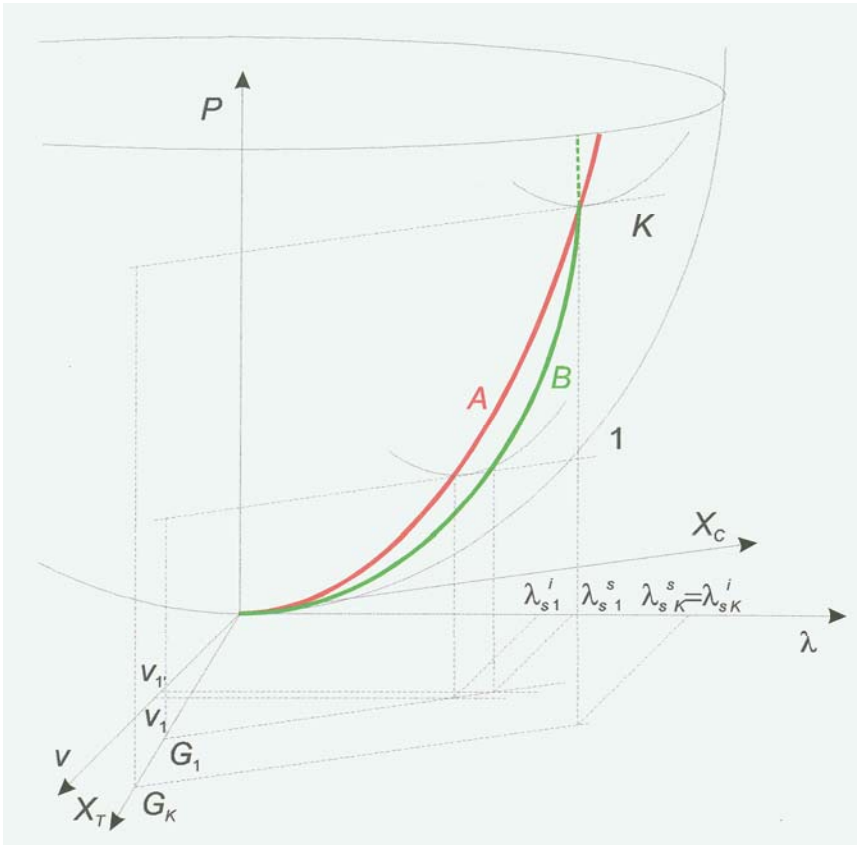
oraz kryterium stabilności marginalnej

RYS. 34

WYNIK – oscylacje parametru struktury są odpowiedzialne za lokalne zmiany prędkości wzrostu i ostatecznie za zastąpienie progowej prędkości krystalizacji przez zakres operacyjny



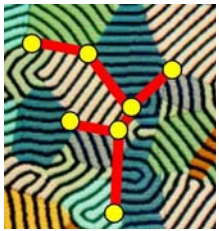
# Produkcja entropii Schemat



RYS. 35

**A** – trajektoria minimów produkcji entropii  
**B** – trajektoria punktów stabilności marginalnej  
produkcja entropii w funkcji prędkości wzrostu,  $v$  i gradientu temperatury,  $G$  oraz jednocześnie w funkcji dwu sił termodynamicznych:  $X_C$ ,  $X_T$

kiedy formowanie struktury nieregularnej zanika dla  $v \rightarrow 0$  lub dla  $G \rightarrow G_K$  wtedy, jedynie struktura regularna może powstawać a oscylacja między trajektoriami również zanika



# Prawa wzrostu



prawo wzrostu jako wynik zastosowania kryterium minimalnego przechłodzenia

teoria Jacksona-Hunta

wzrost płytek

$$\lambda^2 v = \text{const}_{J-H} L$$

wzrost włókien

$$R^2 v = \text{const}_{J-H} R$$

prawo wzrostu jako wynik zastosowania kryterium minimalnej produkcji entropii proponowany model

wzrost płytek

$$2W_5 v^2 (S_\alpha + S_\beta)^4 + W_4 v (S_\alpha + S_\beta)^3 - W_1 (S_\alpha + S_\beta) = 2W_2$$

wzrost włókien

$$2V_5 v^2 (r_\alpha + r_\beta)^4 + V_4 v (r_\alpha + r_\beta)^3 - V_1 (r_\alpha + r_\beta) = 2V_2$$



# Prawa wzrostu Uogólnienia



prawo wzrostu jako wynik zastosowania kryterium minimalnego przechłodzenia

teoria Jacksona-Hunta

wzrost płytek

$$\lambda^2 v = \text{const}_{J-H} L$$

wzrost włókien

$$R^2 v = \text{const}_{J-H} R$$

prawo wzrostu jako wynik zastosowania kryterium minimalnej produkcji entropii; prezentowany model – uzasadnione uproszczenia ( $W_2$ ,  $W_5$  oraz  $V_2$ ,  $V_5$  są do zaniedbania)

wzrost płytek

$$v (S_\alpha + S_\beta)^2 = \frac{W_1}{W_4} = \text{const}_{C-W} L$$

wzrost włókien

$$v (r_\alpha + r_\beta)^2 = \frac{V_1}{V_4} = \text{const}_{C-W} R$$

**WYNIK – lewe strony praw wzrostu są identyczne**



# Kryteria



prawe strony odpowiednich praw wzrostu powinny być także identyczne

wzrost płytek

$$\text{const}_{J-H}^L = \text{const}_{C-W}^L$$

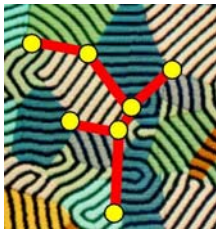
wzrost włókien

$$\text{const}_{J-H}^R = \text{const}_{C-W}^R$$

WYNIK – prawa strony praw wzrostu stają się identyczne ale wprowadzenie pewnych uproszczeń w definicjach  $W_1$ ,  $W_4$  oraz  $V_1$ ,  $V_4$  jest niezbędne

WNIOSEK – kryterium minimalnej produkcji entropii jest bardziej ogólne niż kryterium minimalnego przechłodzenia

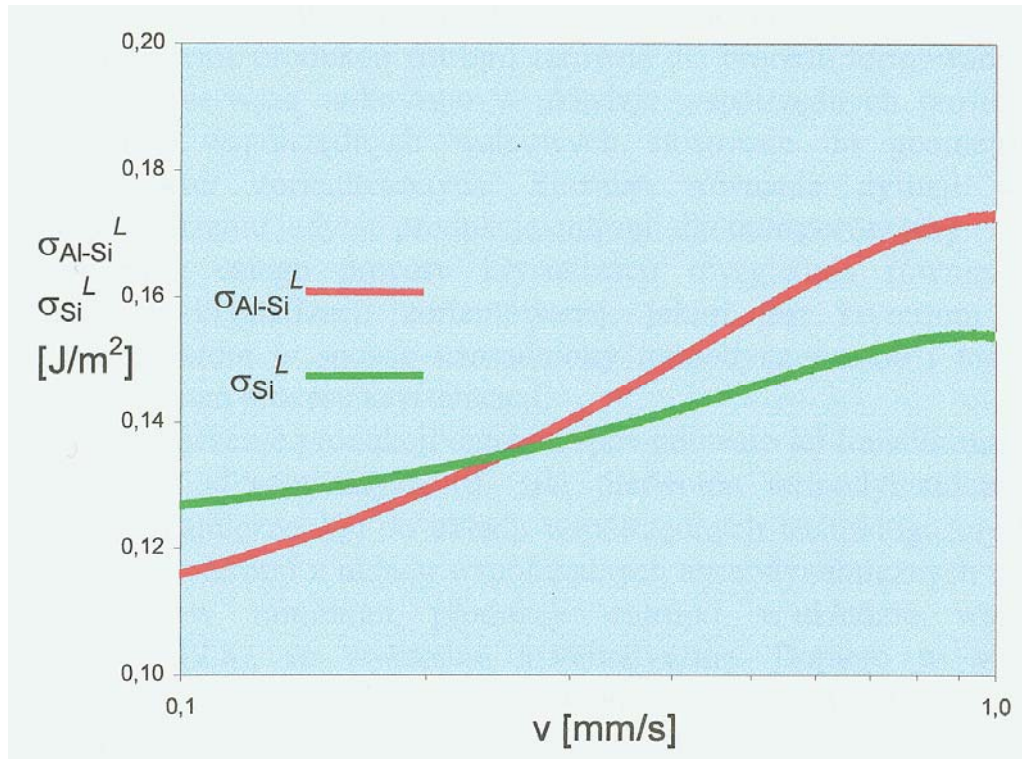
kryterium minimalnej energii swobodnej wydaje się być bardziej właściwe dla tego typu analizy niż kryterium minimalnego przechłodzenia



# Anizotropia



zmieniająca się równowaga mechaniczna jest wynikiem zmian krzywizny, RYS. 11 ale przede wszystkim, wynikiem zmian udziału orientacji krystalograficznych na froncie krystalizacji i granicy między-fazowej (pod wpływem zmian prędkości,  $v$ ) WNIOSEK – pojawiają się zmiany wartości napięć powierzchniowych, RYS. 11



**napięcie powierzchniowe dla frontu krystalizacji faza (Si) / faza ciekła oraz energia granicy między-fazowej (Al)-(Si) w funkcji prędkości krystalizacji, zgodnie z prezentowanym modelem**

RYS. 36





# Uwagi końcowe



**poszukiwane jest kryterium transformacji płytka → włókno analogiczne do tzw. *nowego kryterium dla formowania płytek lub włókien* ale wynikające z termodynamiki procesu krystalizacji (obliczeń produkcji entropii)**

**poszukiwane kryterium powinno definiować zakres operacyjny dla transformacji a nie przewidywać rodzaju struktury jaka ma być formowana: płytki lub włókna dla danego diagramu fazowego**

**wpływ gradientu temperatury na transformację płytka → włókno nie został jeszcze wykazany**



METRO

MEtalurgiczny TRening *On-line*

Transformacja: płytka - włókno  
w zorientowanej eutektyce Al-Si

Koniec wykładu



Edukacja i Kultura